

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและนำเสนอผลการศึกษาค้นคว้าจำนวน 5 ตอน ประกอบด้วย ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการความรู้และการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ประยุกต์แนวทางการจัดการความรู้ ตอนที่ 3 มโนทัศน์คณิตศาสตร์ ตอนที่ 4 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องรายละเอียดนำเสนอตามลำดับ ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สาระที่กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย (1) ความหมายของคณิตศาสตร์ (2) ความสำคัญและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ (3) ลักษณะธรรมชาติและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ (4) ทักษะและกระบวนการคณิตศาสตร์ (5) การสอนคณิตศาสตร์ (6) ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ (7) ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ (8) องค์ประกอบที่มีต่ออิทธิพลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และ (9) แนวการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ รายละเอียดดังนี้

ความหมายของคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ในอดีตมนุษย์ก็รู้จักคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่แตกต่างกัน เช่น การรวมกัน การหักออก การนับ ซึ่งเป็นพื้นฐานคณิตศาสตร์ในยุคปัจจุบัน คณิตศาสตร์มีบทบาทในสังคมทุกสังคมไม่ว่าจะเป็นสังคมในชนบท สังคมในเมืองก็ต้องอาศัยคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการดำรงชีวิตประจำวัน คณิตศาสตร์จึงมีผู้ให้ความหมายแตกต่างกันออกไปตามแนวคิดได้ดังนี้

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2542 ได้ให้ความหมายของคำว่า “คณิตศาสตร์” ไว้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2552: 39) ซึ่งเป็นคำที่มาจากคำว่า Mathematics หมายถึง สิ่งที่เราเรียนรู้ แต่ถ้าพูดถึงคณิตศาสตร์ คนทั่วไปมักจะเข้าใจว่าเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลข เป็นศาสตร์ของการคำนวณและการวัด มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นระบบสากล เพื่อสื่อความหมายและเข้าใจได้

สมทรง คอนแก้วบัว (2528: 1 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 19) ได้กล่าวถึงความหมายของคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิด ทำให้คนมีเหตุผล เป็นคนใฝ่รู้ ตลอดจนคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ เป็นรากฐานแห่งความเจริญ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง เป็นภาษาสากล สื่อความหมายได้ชัดเจน เช่น $2+3=5$ คณิตศาสตร์เป็นภาษาซึ่งผู้เชี่ยวชาญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีใช้ในการสื่อสารซึ่งกันและกัน

3. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดยสร้างแบบจำลองและการศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติ เช่น เรขาคณิตแบบยูคลิด ปรากฏการณ์ทางพันธุกรรมสามารถอธิบายได้ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้เมตริก การเพิ่มของประชากรสามารถอธิบายในเชิงของคณิตศาสตร์ โดยเลขยกกำลัง เป็นต้น ความมีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ของคณิตศาสตร์เป็นที่ยอมรับกันทั่วไปดังเช่น “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์”

4. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นตรรกวิทยา เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผลและศึกษาระบบซึ่งสร้างขึ้นโดยอาศัยข้อตกลงใช้เหตุผลตามลำดับขั้น คือ ทุกขั้นตอนที่เป็นเหตุเป็นผลต่อกันและมีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออก เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ และอธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นอธิบายจุด เส้นตรง ระนาบ เรื่องพื้นฐานเหล่านี้นำไปสู่เรื่องต่อไป การศึกษาเกี่ยวกับการใช้เหตุผลนั้นมีประโยชน์มหาศาล

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอย่างอื่น คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน การสำรวจความคิดใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

พิสมัย ศรีอำไพ (2533: 1 – 2 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 19) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นกระบวนการทางการศึกษาถึงกระบวนการและความสัมพันธ์

2. คณิตศาสตร์เป็นวิธีการทางความคิด ช่วยให้เราแก้ปัญหาในการจัดการวิเคราะห์สังเคราะห์ข้อมูล

3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะให้ความซาบซึ้ง ความงดงามและความต่อเนื่องของคณิตศาสตร์

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล เพราะคนทั่วไปทั่วโลกสามารถเข้าใจประโยคคณิตศาสตร์ได้ตรงกัน

5. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่นักคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ใช้ และเป็นที่ใช้ทุกคนใช้ในชีวิตประจำวัน

พีระพล ศิริวงศ์ (2542: 3 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 19) กล่าวว่า คนไทยทั่วไปอาจจะเข้าใจคณิตศาสตร์ไปใช้หลายแบบแตกต่างกันไป เช่น เข้าใจว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารของจำนวน คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณเชิง

ปริมาณ เป็นภาษาอย่างหนึ่งและเป็นเครื่องมือของวิทยาการแขนงต่าง ๆ ยังมีนักคณิตศาสตร์หลายคนให้ความหมายของคณิตศาสตร์ไว้หลากหลายแตกต่างกันไป เช่น (Stone อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 19) ให้ความหมายไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการศึกษาระบบที่เป็นนามธรรม มีโครงสร้างแน่นอนชัดเจน และมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน (Black อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 19) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างต่าง ๆ ที่แสดงได้ด้วยสัญลักษณ์ และมีหลักเกณฑ์ที่สัมพันธ์เกี่ยวกับสัญลักษณ์

กรมวิชาการ (2548: 2) ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำ นิยาม บทนิยาม สัจพจน์ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้นจากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล สร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผลและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างที่แน่นอนชัดเจน และมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน โอนอาสัย จำนวน ตัวเลข และสัญลักษณ์เป็นสื่อสร้างความเข้าใจเป็นเครื่องมือที่แสดงความคิดที่เป็นระบบ มีเหตุผล มีวิธีการและหลักการที่แน่นอนช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม และเป็นวิชาที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาและพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนสาขาต่าง ๆ

ความสำคัญและประโยชน์ของคณิตศาสตร์

มีนักศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

อัญชลี แจ่มเจริญ และคณะ (2526: 2 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 20) กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งพอสรุปใจความสำคัญดังนี้

1. ความสำคัญในชีวิตประจำวัน เช่น การดูเวลา การซื้อขาย การชั่ง การตวง การวัดระยะทาง และการติดต่อสื่อสาร เป็นต้น
2. ใช้ประโยชน์ในการอาชีพต่าง ๆ เช่น ค้าขาย ต้องคิดต้นทุน คิดกำไร กำหนดเวลา กำหนดราคาขาย เป็นต้น
3. ความสำคัญในด้านเป็นเครื่องมือการเรียนรู้วิชาต่าง ๆ เช่น วิชาการวัด และประเมินผล เป็นต้น
4. ช่วยปลูกฝังให้เป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดติดตามลำดับของเหตุผล และแสดงความคิดออกอย่างเป็นระเบียบ รู้จักประหยัด รู้จักวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา
5. เป็นมรดกทางวัฒนธรรมที่คนรุ่นก่อนสร้างสรรคไว้ และถ่ายทอดให้คนรุ่นหลังได้ศึกษาค้นคว้า

สมทรง ดอนบัวแก้ว (2528: 7 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 20) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้คนมีความคิดรอบคอบมีเหตุผล รู้จักหาความจริง การมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญในด้านวิทยาศาสตร์ใด ๆ เมื่อเด็กคิดเป็นและเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยในทุกๆวัยแล้วเมื่อเป็นผู้ใหญ่ย่อมสามารถแก้ปัญหาชีวิตได้ นอกจากนั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาหลัก และเป็นรากฐานเป็นกุญแจนำไปสู่วิชาการใหม่ ๆ มากมายไม่ว่าทางศิลปศาสตร์ เช่น ศิลปะดนตรี นาฏศิลป์ ประวัติศาสตร์ ชีววิทยา เคมี พลศึกษา อุตสาหกรรมศิลป์ ฯลฯ

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 23 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 26) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญและประโยชน์ของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ความสำคัญในแง่นำไปใช้ชีวิตประจำวัน และงานอาชีพ เช่น ซื้อขาย การดูแลเวลา การกระยะทาง การคาดคะเนน้ำหนัก การวัดส่วนสูง และการกำหนดรายรับ-รายจ่ายในครอบครัว
2. ความสำคัญในแง่ที่เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์ ช่วยให้เข้าใจปรากฏการณ์ต่างๆ เช่น ทิศทางลม ฤดูกาล แรงดึงดูดโลก โดยการอธิบายและคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์
3. ความสำคัญในแง่ที่เป็นเครื่องมือปลูกฝัง อบรมให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติ นิัยและความสามารถทางสมองบางประการ อาทิ เป็นคนช่างสังเกต รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล แสดงความคิดอย่างมีระเบียบ ง่าย สั้น ชัดเจน และสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้
4. ความสำคัญในแง่วัฒนธรรม คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมอย่างหนึ่งของคนรุ่นก่อนได้คิดสร้างสรรค์ไว้ และได้ถ่ายทอดมาเป็นคนรุ่นหลัง

สมทรง สุวพานิช (2539: 14 - 15 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 26) กล่าวถึงความสำคัญไว้ว่าวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญและมีบทบาทต่อบุคคลมาก คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้มีความรอบคอบ มีเหตุผล รู้จักหาเหตุผลความจริง การมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญก้าวหน้าด้วยวิชาการใด ๆ นอกจากนั้นเมื่อเด็กคิดเป็นและเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยไปทุกระยะแล้ว เมื่อเป็นผู้ใหญ่ย่อมสามารถจะแก้ปัญหาชีวิตได้

พิสมัย ศรีอำไพ (2545: 13 - 14 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 26) กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ว่ามีความสำคัญในเกือบทุกวงการ ดังนี้

1. ในชีวิตประจำวัน สิ่งที่มนุษย์สร้างขึ้นล้วนแต่อยู่ในรูปทรงคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เช่น อาคารบ้านเรือน เครื่องใช้ต่าง ๆ จึงกล่าวได้ว่าเราใช้ชีวิตอยู่ในโลกคณิตศาสตร์ก็คงไม่ผิด
2. ในด้านอุตสาหกรรม บริษัทห้างร้านต่าง ๆ ก็มีการใช้คณิตศาสตร์ในการปรับปรุงคุณภาพสินค้า ผลิตภัณฑ์ โดยอาศัยการวิจัยและวางแผน คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่องานวิศวกรรม การออกแบบการก่อสร้างอย่างมาก

3. ในด้านธุรกิจ ไม่ว่าจะอยู่ในวงการเล็กหรือใหญ่ ต้องใช้คณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เช่น งานธนาคาร บริษัท การค้า ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะทางสถิติ เพื่อวิเคราะห์วิจัยและหาข้อมูลต่าง ๆ เพื่อปรับปรุงงานให้ดีขึ้น

4. ในด้านวิทยาศาสตร์ จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์เป็นประตูและกุญแจของวิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์” ก็เป็นการชี้ให้เห็นถึงความสำคัญที่คณิตศาสตร์มีต่อวิทยาศาสตร์ ในด้านการศึกษา จะเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของศาสตร์อื่นทั้งปวง ถ้าเปรียบศาสตร์อื่น เป็นกิ่งก้านของต้นไม้ คณิตศาสตร์ก็เปรียบได้กับรากแก้วของต้นไม้

กรมวิชาการ (2545: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังนี้ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์สามารถคิดอย่างมีเหตุผล เป็น ระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบครอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องของคณิตศาสตร์ จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต และพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้สาระวิชาคณิตศาสตร์ ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์มีความสมดุลทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและอารมณ์ สามารถคิดเป็นทำเป็น ปัญหาเป็นสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2548: 1) คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบมีระเบียบ มีแบบแผน สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบครอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิต

สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีประโยชน์อย่างยิ่งในชีวิตประจำวัน เป็นวิชาที่ช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีระบบมีขั้นตอนและหลักการที่แน่นอน คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้เป็นบุคคลที่มีความรอบครอบ มีเหตุผล รู้จักหาเหตุผลความจริง ฝึกให้คิดเป็นและแก้ปัญหาเป็นทั้งในการเรียนและการดำรงชีวิตอยู่ในสังคม

ลักษณะธรรมชาติและโครงสร้างของคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2545: 2) ได้กล่าวถึงธรรมชาติและลักษณะเฉพาะ ของคณิตศาสตร์ไว้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม บทนิยาม และ สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผล ที่สมเหตุสมผล สร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรงคงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผนเป็นเหตุเป็น ผลและมีความสมบูรณ์ในตนเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบความ ของความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาที่เป็น สากล ที่ทุกคนเข้าใจตรงกัน ในการสื่อสาร สื่อความหมายและถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

มีนักศึกษาได้อธิบายธรรมชาติ/ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529: 2 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 28) สรุปลักษณะ สำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดเป็นเครื่องพิสูจน์ว่า สิ่งที่เกิดขึ้นนั้นเป็นจริง หรือไม่อย่างมีเหตุผลด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางศาสตร์ เทคโนโลยี และอุตสาหกรรมและยังช่วยให้คนมีเหตุผลใฝ่รู้ตลอดจนพยายามคิดสิ่งแปลกใหม่ดั่งนั้น คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานของความเจริญก้าวหน้าในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง ใช้ตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อ ความหมายให้เข้าใจได้ตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์ที่จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ ซึ่งเป็น พื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแผนการคิดในทางคณิตศาสตร์ นั้นต้องคิดในแบบแผน มีรูปแบบไม่ว่าในเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์ คือ ความเป็นมีระเบียบ และความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความสามารถ จินตนาการ ความคิดริเริ่มใน การแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

กัญญา โพธิวัฒน์ (2542: 6 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 26) สรุปธรรมชาติ ของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) ความคิดรวบยอดนี้เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ของสองหมู่ถ้า จับคู่หนึ่งต่อหนึ่งได้พอดี แสดงว่ามีจำนวนเท่ากัน

2. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม (Abstract) คำทุกคำ ประโยคทุกประโยค ในวิชาคณิตศาสตร์ว่าด้วย นามธรรมทั้งสิ้น ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เริ่มจากนิยามที่เป็นนามธรรม เช่น เป็นอนิยาม ซึ่งเป็นนามธรรม

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความคิดเป็นเครื่องมือในการฝึกสมอง ช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การพิสูจน์ $+$, $-$, $\times$ และ $\div$

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง มีการกำหนดสัญลักษณ์ที่รัดกุม สื่อความหมายได้ถูกต้อง เพื่อแสดงความหมายแทนความคิด เช่นเดียวกันกับภาษา เช่น $5-2=3$ ทุกคนจะมีความเข้าใจว่าหมายถึงอะไร และจะได้คำตอบเป็นอย่างเดียวกัน

5. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นตรรกศาสตร์ มีการแสดงความเป็นเหตุผลเป็นผลต่อกัน ทุกขั้นตอนของความคิด จะเป็นเหตุเป็นผลต่อกันมีความสัมพันธ์กัน เช่น $2 \times 6 = 3 \times 2 = 6$ เพราะฉะนั้น $2 \times 3 = 3 \times 2$

6. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นปรนัยอยู่ในตัวเองมีความถูกต้องเที่ยงตรง สามารถพิสูจน์หรือทดสอบได้ด้วยหลักเหตุผล และการใช้เกณฑ์ที่แน่นอน เช่น $1+4=?$

7. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดยสร้างแบบจำลอง และศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่างๆมีการพิสูจน์ ทดลอง หรือสรุปอย่างมีเหตุผล ตามความเป็นจริง

8. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบแบบแผน และความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน

9. คณิตศาสตร์มีความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization) เป็นวิชาที่มุ่งหากรณีทั่วไปของสิ่งของต่างๆ แทนที่จะหากรณีเฉพาะเท่านั้น เช่น $2 \times 3 = 3 \times 2$ กรณีทั่วไปจะได้ว่า $a \times b = b \times a$

10. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ ในรูปที่สมบูรณ์แล้วจะเริ่มด้วยวิธีธรรมชาติ ซึ่งอาจเป็นทางฟิสิกส์ ชีววิทยา เศรษฐศาสตร์ จิตวิทยา ธุรกิจ เราพิจารณาเนื้อหาเหล่านี้แล้วสรุปในรูปนามธรรม สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเนื้อหานั้น ๆ แบบจำลองนี้ประกอบด้วย อนิยาม (Underfund Term) นิยาม (Define Term) และสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate) จากนั้นจะใช้ตรรกวิทยา สรุปเป็นกฎ หรือทฤษฎีแล้วนำผลเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้ในธรรมชาติต่อไป

กรมวิชาการ (2545: 2 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 27) กล่าวถึงธรรมชาติของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมมีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผลและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะ

เป็นสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ

สรุปได้ว่า ลักษณะธรรมชาติและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมมีโครงสร้างที่แน่นอนชัดเจนมีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผนใช้การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ

ทักษะและกระบวนการการคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคะนอง (2553: 21) ได้กล่าวถึง ทักษะและกระบวนการการคณิตศาสตร์ (Mathematical Skill and Processes) เป็นความสามารถหรือความชำนาญในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ ทักษะและกระบวนการการคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบสำคัญของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Proficiency) ของผู้เรียนทุกคน เนื่องจากเป็นสิ่งที่ทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมาย การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์จึงมุ่งให้ผู้เรียนมีทั้งความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ดีควบคู่กันไป ทักษะและกระบวนการการคณิตศาสตร์ที่เน้นในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานทั้งในต่างประเทศและประเทศไทยคล้ายคลึงกัน ประกอบด้วย 5 ทักษะหลัก หรือที่เรียกกันว่า ทักษะ 1P 1R 3C ตามตัวอักษรภาษาอังกฤษ ตัวแรกของแต่ละทักษะ ดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผล (Reasoning)
3. การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and Presentations)
4. การเชื่อมโยง (Connections)
5. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity)

การพัฒนาทักษะกระบวนการการคณิตศาสตร์ในผู้เรียน จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถนำสิ่งเหล่านี้ไปใช้ในการทำงานและดำเนินชีวิตในสังคม ทำให้สามารถอยู่ได้อย่างมีคุณภาพ และทำให้มีความพร้อมสำหรับการเป็นพลเมืองสำคัญในการแก้ปัญหาและพัฒนาสังคม

การสอนคณิตศาสตร์

บทบาทของผู้สอนตามแนวคิดของการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางนั้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Steffe (1991) ที่เสนอบทบาทสำคัญของผู้สอนสำหรับการสอนที่ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งมีบทบาทดังกล่าว ดังนี้

1. ผู้สอนต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนมีเป็นพื้นฐานที่ผู้สอนจะสอน
2. ผู้สอนต้องแปลความหมายกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนทำผ่านการสื่อสาร

3. ผู้สอนต้องเลือกคณิตศาสตร์ที่จะสอนผู้เรียนผ่านการสื่อสารและการมีปฏิสัมพันธ์

4. ผู้สอนต้องใช้โมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างโดยผู้เรียนเป็นผลลัพธ์สำคัญที่ได้

จากกิจกรรมที่ผู้เรียนทำ

5. ผู้สอนต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6. ผู้สอนต้องตระหนักว่าการสอนคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่มีจุดมุ่งหมาย

7. ผู้สอนต้องตระหนักว่าสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้เป็นปัจจัยสำคัญสำหรับการเรียนรู้

อัมพร ม้าคอง (2546: 40) ได้กล่าวถึง ทักษะการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. ทักษะการนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนมีความสำคัญ เนื่องจากการเป็นการเป็นการเตรียมความพร้อมให้ผู้เรียนสำหรับการเรียนเนื้อหาที่ผู้สอนตั้งใจจะสอนในแต่ละคาบ การนำเข้าสู่บทเรียนอาจทำได้หลายวิธี เป็นต้นว่า การทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานของความรู้ใหม่ที่จะสอน การนำเข้าสู่บทเรียนอาจเป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งที่ผู้เรียนพบในชีวิตประจำวันกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนจะได้เรียนในห้องเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนควรทำก่อนการสอนเนื้อหาใหม่ ไม่ควรใช้เวลานานเกินไปหรือนำยืดเยื้อเกินไป และไม่จำเป็นที่ผู้สอนจะต้องเป็นผู้ทบทวนหรือบอกผู้เรียนเสมอไป ผู้สอนอาจใช้การตั้งคำถามให้ผู้เรียนคิดหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่ผู้เรียนรู้แล้วกับสิ่งใหม่ที่จะเรียน หรือให้อธิบายความรู้ที่เป็นพื้นฐานของเนื้อหาที่จะเรียน โดยให้ผู้เรียนช่วยกันคิดช่วยกันอธิบาย ซึ่งจะเป็ประโยชน์ต่อทั้งตัวผู้เรียนเองในการทบทวนความรู้เก่า และเป็นประโยชน์ต่อผู้สอนในการประเมินว่าผู้เรียนมีความรู้เพียงพอหรือไม่สำหรับเนื้อหาใหม่ที่จะสอน

2. ทักษะการใช้คำถาม การตั้งและการใช้คำถามของผู้สอนมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อประสิทธิภาพการเรียนการสอน เนื่องจากคำถามเป็นสิ่งที่นำทางให้ผู้เรียนคิด ทำ ตอบ หรือ แก้ปัญหา ผู้สอนจะเป็นผู้ใช้คำถามอยู่ตลอดเวลาในระหว่างการสอน ไม่ว่าจะเป็นคำถามเพื่อหาคำตอบสุดท้าย คำถามเพื่อชี้แนวทางหรือนำไปสู่การหาคำตอบ คำถามให้ผู้เรียนตัดสินใจว่าถูกหรือผิด การใช้คำถามจึงควรได้รับการวางแผนและไตร่ตรองมาก่อนเป็นอย่างดี ผู้สอนต้องเข้าใจว่าคำถามที่ดีควรเป็นอย่างไร และใช้สิ่งเหล่านั้นในการตั้งและใช้คำถามของตน ลักษณะของคำถามที่ดี มีดังนี้

2.1 เป็นคำถามที่ชัดเจน ที่ผู้ตอบฟังแล้วเข้าใจว่าผู้ถามถามอะไร หรือต้องการให้คิดอะไร

2.2 เป็นคำถามเดียวที่ถามเพียงประเด็นเดียว และไม่ถามหลาย ๆ คำถามในคราวเดียวกัน

2.3 เป็นคำถามที่จำกัดขอบเขตของคำตอบอยู่ในขอบเขตที่ผู้เรียนจะคิดได้ และเป็นคำถามที่ถามไม่กว้างเกินไป

2.4 คำและข้อความในคำถามเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

2.5 เป็นคำถามที่ไม่ใช่เชิงปฏิเสธ

2.6 เป็นคำถามที่ไม่ถามนำ

2.7 เป็นคำถามที่ไม่ถามซ้อนคำถาม

2.8 เป็นคำถามที่ไม่ยาก ซับซ้อน และลึกซึ้งเกินไป

2.9 ควรเป็นคำถามที่ให้เกิดและอภิปราย โดยถามคำว่าอย่างไร เพราะเหตุใด มากกว่าคำถามให้ตอบสั้น ๆ ที่ถามว่าอะไร ที่ไหน สิ่งใด ใช่หรือไม่

3. ทักษะการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างขณะสอนคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการช่วยให้ผู้เรียนเห็นภาพของสิ่งที่ผู้สอนกำลังพูดหรืออธิบายอยู่ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งที่ผู้สอนสอนได้ดีขึ้น ในการยกตัวอย่างผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

3.1 ควรยกตัวอย่างที่ใกล้ตัวผู้เรียนหรือเกิดขึ้นกับตัวผู้เรียน และมีความสัมพันธ์กับเนื้อหาที่สอน

3.2 การยกตัวอย่าง ควรมีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจน หรือเพื่อให้เห็นการนำไปใช้งาน

3.3 ควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการยกตัวอย่าง โดยให้ผู้เรียนคิดหาตัวอย่างเอง

3.4 การยกตัวอย่างในการสอนมโนทัศน์ ควรเป็นตัวเลขหรือจำนวนน้อย ๆ เช่น จำนวนที่มีหนึ่งหลักหรือสองหลัก เพื่อผู้เรียนจะได้ให้ความสำคัญกับเนื้อหาสาระมากกว่าตัวเลขหรือจำนวน

3.5 จำนวนตัวอย่างที่ยกมา ควรมีมากพอที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจชัดเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การยกตัวอย่างเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ในตัวอย่างและสรุปเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม

3.6 เมื่อยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับเนื้อหาจนแน่ใจว่าผู้เรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนรู้เป็นอย่างดีแล้ว ควรยกตัวอย่างที่ไม่สอดคล้องกับเนื้อหาหรือตัวอย่างที่ไม่ถูกต้อง และเป็นสิ่งที่ผู้เรียนเข้าใจผิดหรือทำผิดกันอยู่บ่อย ๆ เพื่อผู้เรียนจะได้เปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างสิ่งที่เป็นตัวอย่างกับสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง

4. ทักษะการสรุปบทเรียน เป็นสิ่งสำคัญมากสำหรับการสอนในแต่ละคาบ เนื่องจากการสรุปสาระสำคัญของสิ่งที่สอนมาทั้งหมด และเป็นการทำให้ผู้เรียนพยายามสื่อสารสิ่งที่ตนเข้าใจออกมาให้ผู้อื่นรับทราบ ซึ่งบางครั้งผู้เรียนที่มีความเข้าใจเนื้อหาอาจไม่สามารถสรุปสิ่งเหล่านั้นออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาเขียนเพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นเข้าใจได้ ผู้สอนจึงควรมีบทบาทในการเป็นผู้ชี้แนะว่า ผู้เรียนควรจะสรุปอะไร และสรุปอย่างไร สิ่งที่ผู้สอนควรคำนึงถึงเมื่อต้องการให้ผู้เรียนสรุปบทเรียน มีดังนี้

4.1 การสรุปบทเรียนควรสรุปจากเนื้อหาย่อย ๆ ในระหว่างสอน เพื่อที่จะได้ข้อสรุปนั้นสำหรับการสอนเนื้อหาย่อยในลำดับที่สูงขึ้น

4.2 การสรุปบทเรียนควรให้ผู้เรียนเป็นผู้สรุปโดยผู้สอนเป็นผู้แนะแนวทางการสรุป

4.3 การสรุปบทเรียนในแต่ละคาบ ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของบทสรุปย่อย ๆ เอง

4.4 การสรุปบทเรียนไม่ควรทำเฉพาะกับการสอนเนื้อหาเท่านั้น การสอนโจทย์ปัญหา ขั้นตอนหลักวิธีการทางคณิตศาสตร์ ก็อาจมีการสรุปบทเรียนได้ เนื่องจากการสรุปบทเรียนเป็นการสรุปสิ่งที่ผู้สอนสอนและผู้เรียนเรียน

อัมพร ม้าคอนง (2546: 44) ได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ว่า การสอนวิชาใด ๆ ก็ตาม นับเป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ซึ่งผู้สอนแต่ละคนจะมีเทคนิคการสอนเฉพาะคนที่แตกต่างจากผู้อื่น เช่น ผู้สอนบางคนชอบใช้ปัญหาเป็นสิ่งที่สนใจให้ผู้เรียนคิดบางคนชอบใช้การเล่าเรื่องหรือยกตัวอย่างให้ผู้เรียนเห็นภาพ เทคนิคเหล่านี้มีส่วนช่วยเป็นอย่างมากในการทำให้การสอนดำเนินไปอย่างราบรื่น เทคนิคต่าง ๆ ที่ครูใช้อยู่เป็นประจำในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. เทคนิคการใช้คำถาม (Questioning) ให้เกิดประโยชน์ พิจารณาใช้เทคนิค ดังนี้

1.1 ถามคำถามเพื่อให้ผู้เรียนทุกคนได้มีโอกาสร่วมคิดอย่างทั่วถึง ไม่ถามคำถามที่มีเฉพาะผู้เรียนบางคนเท่านั้นที่จะตอบได้

1.2 ถามคำถามก่อนเรียกชื่อผู้เรียนให้ตอบ เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนคิดว่าตนเป็นผู้มีโอกาสร่วมคิดอย่างทั่วถึง ไม่ถามคำถามที่มีเฉพาะผู้เรียนบางคนเท่านั้นที่จะตอบได้

1.3 เมื่อตั้งคำถามแล้ว ควรใช้เวลาให้ผู้เรียนคิดให้เหมาะสมกับระดับความยากง่ายและความซับซ้อนของคำถาม

1.4 ไม่ควรถามคำถามเดิมซ้ำหรือซ้ำหลาย ๆ ครั้ง แต่อาจทำได้เมื่อมีผู้เรียนไม่เข้าใจคำถามหรือขอให้ผู้สอนถามใหม่อีกครั้ง

1.5 เมื่อถามคำถามแล้วควรให้โอกาสกับผู้เรียนที่ต้องการตอบได้ตอบ เพื่อเป็นการให้ความสำคัญกับสิ่งที่ผู้เรียนคิด

2. เทคนิคการตั้งประเด็นปัญหา (Problem Posing) การใช้เทคนิคนี้ ผู้สอนต้องคิดประเด็นปัญหามาล่วงหน้า โดยต้องเป็นปัญหาที่มีความสำคัญและตรงกับความสนใจของผู้เรียน เทคนิคนี้มีประโยชน์ในการกระตุ้นให้ผู้เรียนร่วมแสดงความคิดเห็นโดยการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา เทคนิคนี้ส่งเสริมแนวคิดของการเรียนเป็นกลุ่มและการเรียนแบบร่วมมือระหว่างผู้เรียน เนื่องจากต้องช่วยกันคิดช่วยกันทำ นอกจากนี้ยังส่งเสริมการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เนื่องจากเมื่อมีแนวคิดหลากหลายจากคนในกลุ่ม จะต้องนำแนวคิดเหล่านั้นมาคัดเลือกและจัดเป็นขั้นตอนที่สามารถปฏิบัติได้จริง

3. เทคนิคการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างเป็นเทคนิคที่ครูใช้มากในการสอนคณิตศาสตร์แต่ละคาบ เทคนิคที่ใช้ในการยกตัวอย่าง มีดังนี้

- 3.1 ยกตัวอย่างที่แตกต่างจากที่ผู้เรียนคุ้นเคย หรือแปลกลับไปจากที่ผู้เรียนเคยเห็น
- 3.2 ยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์กับสิ่งที่ผู้เรียนในวัยนั้น ๆ สนใจ
- 3.3 ยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่เป็นที่กล่าวถึงในปัจจุบัน
- 3.4 ยกตัวอย่างที่ทำทนายให้ผู้เรียนนำไปคิดต่อหรือแก้ปัญหา

4. เทคนิคการให้ผู้เรียนสร้างประเด็นปัญหา การสร้างประเด็นปัญหาจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ขั้นตอนนี้อาจช่วยให้ผู้เรียนสร้างประเด็นปัญหาตามความสนใจอาจทำได้ ดังนี้

4.1 การให้ผู้เรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว การที่ผู้สอนถามให้ผู้เรียนคิดต่อจากสิ่งที่รู้แล้วจะง่ายกว่าการให้ผู้เรียนเริ่มต้นคิดใหม่

4.2 กำหนดสถานการณ์ให้เพื่อให้ผู้เรียนสร้างคำถามที่ตนเองอยากรู้ คำถามที่ผู้เรียนสร้างขึ้นอาจเป็นคำถามที่สามารถหาคำตอบได้หรือไม่ได้ โดยที่ผู้สอนไม่ควรเน้นในจุดนี้ แต่ควรเน้นที่ความหลากหลายของปัญหาที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

4.3 ให้ผู้เรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เช่น หนังสือพิมพ์ วารสาร นิตยสาร อินเทอร์เน็ต และตำราต่าง ๆ แล้วสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือข้อมูลนั้น

4.4 การสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม (Pass Along Problem Posing) ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม จากนั้นให้แต่ละกลุ่มสร้างประโยคแรก แล้วส่งให้กลุ่มอื่นสร้างประโยคที่ 2, 3, ซึ่งแต่ละประโยคต้องมีความสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน

จะเห็นได้ว่า การให้ผู้เรียนได้ตั้งปัญหาเป็นกิจกรรมที่เน้นที่ตัวผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนจะได้ใช้ความรู้ ความสามารถของตนเอง และได้ทำในสิ่งที่ตนเองสนใจอยากรู้ จึงนับเป็นกิจกรรมที่ผู้สอนสามารถนำไปใช้ได้จริงในห้องเรียน

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์

นักศึกษาได้กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520: 22 - 23 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 20) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) ทฤษฎีนี้เน้นการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมากๆ ซ้ำๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้นๆ เพราะเชื่อว่าวิธีการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ฉะนั้นการสอนของครูจะเริ่มด้วยครูให้ตัวอย่าง บอกสูตรหรือกฎเกณฑ์แล้วให้นักเรียนฝึกฝนทำ

แบบฝึกหัดมาก ๆ จนชำนาญ นักการศึกษาปัจจุบันยังยอมรับว่า การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาทักษะแต่ทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ ดังนี้

- 1.1 นักเรียนต้องจดจำ ท่องกฎเกณฑ์ สูตรซึ่งยุ่งยาก
- 1.2 นักเรียนไม่อาจจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนได้ทั้งหมด
- 1.3 นักเรียนไม่ได้เรียนอย่างเข้าใจ จึงเกิดความลำบากสับสนในการคำนวณการแก้ปัญหา และจะลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental Learning) ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้ได้ดีต่อเมื่อ มีความต้องการหรืออยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น จะนั้นกิจกรรมการเรียนต้องจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นใน โรงเรียนหรือชุมชน ซึ่งนักเรียนได้ประสบกับตนเอง ส่วนข้อบกพร่องของทฤษฎีนี้ คือ เหตุการณ์ที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ ไม่ได้เกิดขึ้นบ่อย ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนตามทฤษฎี จะใช้ได้เป็นครั้งคราว ถ้าไม่มีเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นแล้วทฤษฎีนี้จะไม่เกิดขึ้น

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) ทฤษฎีนี้ตระหนักว่า การคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของเด็ก เป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเชื่อว่านักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตนเอง ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับว่าเหมาะสมในการนำไปสอนคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวางในปัจจุบัน

นอกจากนี้ยังมีทฤษฎีการเรียนรู้ของนักทฤษฎีหลายคนที่เป็นประโยชน์ต่อการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ตัวอย่างเช่น ทฤษฎีการเรียนรู้ ของเพียเจต์ บรูเนอร์ อูซุเบล กาเย่ และคินส์ รายละเอียดมีดังนี้

1. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ เพียเจต์ (Piaget, 1966 อ้างถึงใน สมทรง สุวพานิช, 2549: 28) เป็นนักจิตวิทยาและนักปรัชญาชาวสวิสซึ่งสนใจพัฒนาการด้านสติปัญญา (Cognitive Development) ของเด็กการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับเรื่องนี้ของเขาใช้เวลาสิบปีได้ให้หลักการเรียนรู้ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- 1.1 เด็กเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมทางกายภาพและทางสังคม
- 1.2 การเรียนรู้เป็นเรื่องของแต่ละบุคคล ตัวผู้เรียนเองเท่านั้นที่ทราบว่าตัวเองเรียนรู้
- 1.3 พัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กมี 4 ระดับ คือ
- 1.4 พัฒนาการก่อนความคิดรวบยอด (Pre-operational Stage) อายุตั้งแต่ 2 – 6 ปี เป็นระยะที่เด็กเริ่มเข้าใจภาษา อากัปกริยาของคนใกล้ชิด เป็นช่วงเวลาที่เด็กสร้างเสริมบุคลิกภาพของตนเอง เด็กรู้จักให้เหตุผลแต่ก็อธิบายไม่ได้เด่นชัด
- 1.5 ระดับพัฒนาการความคิดรวบยอด (Concrete Stage) อายุตั้งแต่ 6 – 12 ปี ระยะนี้เด็กเริ่มเข้าใจการจัดหมวดหมู่ การจำแนก การเรียงลำดับ

1.6 ระดับพัฒนาการความเข้าใจอย่างมีเหตุผล (Formal Operation Stage) อายุ 12 ปีขึ้นไป ระยะเวลาเป็นระยะที่เด็กเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผลจากพัฒนาการทางสติปัญญาทั้ง 4 ระยะของเด็ก จะเห็นว่าการสอนคณิตศาสตร์ขั้นต้น (เช่น เซต การนับ เป็นต้น) เมื่อเด็กอยู่ในระดับพัฒนาการระยะที่ 3 การเรียนการสอนจำเป็นต้องใช้วัสดุหรือของจริงประกอบการสอนเพื่อให้เด็กเกิดการค้นพบ นอกจากนั้นเป็ยเจให้ข้อเสนอแนะว่า เด็กจะเรียนการบวกได้ดีก็ต่อเมื่อเข้าใจการคงสภาพ (Conservation) ของจำนวน การสอนความหมายของการลบในลักษณะของการย้อนกลับของการบวก (Additive Inverse) เช่น จาก $3+2=5$ เด็กจะเข้าใจหรือหาผลต่างในลักษณะ $5-3=2$ หรือ $5-2=3$ ได้ก็ต่อเมื่อเด็กมีพัฒนาการถึงระดับวุฒิภาวะเกี่ยวกับเรื่องการคิดย้อนกลับ (reversible) แล้วหรือแม้จากประโยคคณิตศาสตร์ $3+2=5$ เด็กจะหาคำตอบของ $5=2+3$ หรือ $2+3=5$ ไม่ได้ ถ้าไม่มีวุฒิภาวะเกี่ยวกับการคิดย้อนกลับ

2. ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner อ้างถึงใน สมทรง สุวพานิช, 2549: 29) นักปรัชญาชาวอเมริกันเป็นเจ้าตำรับการเรียนรู้จากการค้นพบ (Discovery) หลักการเรียนรู้ที่สำคัญของ บรูเนอร์ (Bruner) ได้แก่ การเน้นโครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาวิชาและกระบวนการ (Process) ของการแก้ปัญหา มากกว่าการเน้นผล (Product) ของพฤติกรรม บรูเนอร์ (Bruner) กล่าวว่า การเข้าใจโครงสร้างของความรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้แจ้ง สามารถประยุกต์เนื้อหาวิชาได้ ทำให้มีความทรงจำได้จำเป็นระยะเวลานาน นอกจากนั้นการเข้าใจโครงสร้างยังเป็นการจัดความรู้ให้เป็นระบบระเบียบ บรูเนอร์ (Bruner) เสนอแนะให้คำนึงถึงความพร้อม (Readiness) ของผู้เรียนในแง่ของการจัดประสบการณ์ของการเรียนให้มีระดับความยากง่ายและความสัมพันธ์กันอย่างเหมาะสมและควรควรคำนึงถึงความสนใจของผู้เรียนด้วย บรูเนอร์ (Bruner) ยังได้เสนอแนะวิธีการสอนมโนคติทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้น ดังนี้

2.1 การใช้ของจริงอธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ซึ่งบรูเนอร์ (Bruner) เรียกว่า Enactive Representation หรือ Concrete Representation

2.2 การใช้รูปภาพอธิบาย หรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Iconic Representation หรือ Pictorial Representation)

2.3 การใช้สัญลักษณ์อธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Symbols Representation) ถ้าครูยึดหลักการสอนของบรูเนอร์ (Bruner) แล้ว การสอนคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากการใช้วัสดุ หรือของจริงประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน เมื่อเด็กเข้าใจดีแล้วจึงใช้สัญลักษณ์ หรือ เครื่องหมายแสดงมโนคติ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ของอูซูเบล (Ausubel อ้างถึงใน สมทรง สุวพานิช, 2549: 29) นักจิตวิทยาชาวอเมริกันผู้นี้เชื่อว่า ความสำคัญของการให้การศึกษา คือ การให้ความรู้ที่ถูกต้อง

ชัดเจน และต้องเป็นความรู้ที่รวบรวมไว้อย่างมีระเบียบวิธีการที่จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ได้มีหลักการอยู่ 2 ประการ ดังนี้

3.1 การจัดความรู้ให้มีโครงสร้างที่เหมาะสม

3.2 การจัดลำดับความยากง่ายของความรู้ที่เหมาะสม

อูซูเบล (Ausubel) เสนอแนะวัตถุประสงค์ที่สำคัญของการศึกษา 2 ข้อ คือ (1) การกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความต้องการที่จะเรียนรู้ไปรู้ ศึกษาหาความรู้และเก็บรักษาความรู้ไว้ให้นานที่สุด (2) ความสามารถในการให้ความรู้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ลักษณะการเรียนรู้ตามแนวคิดของอูซูเบล (Ausubel) สามารถจัดเป็นกลุ่มหรือหมู่ (Cluster) ซึ่งอูซูเบล (Ausubel) จัดกลุ่มจากการเรียนแบบท่องจำ (Rote Learning) การเรียนรู้แบบรู้ความหมาย (Meaningful Learning) การเรียนรู้จากการบอกเล่า (Reception Learning) และการเรียนรู้จากการค้นพบ (Discovery Learning) จากกลุ่มการเรียนรู้ทั้ง 4 กลุ่ม ของการเรียนรู้แบบความหมาย การค้นพบ (Meaningful Discovery Learning) จะเป็นลักษณะการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ที่นักเรียนควร จะได้รับการฝึกฝนความคิดที่น่าสนใจของอูซูเบล (Ausubel) อีกประการหนึ่ง คือ การให้ความรู้แก่เด็กควรคำนึงถึงประสบการณ์ในอดีตหรือความรู้เดิมของเด็ก ซึ่งเป็นบรรทัดฐานสำคัญที่จะให้เด็กมีความพร้อมในการเรียนรู้ใหม่ซึ่ง อูซูเบล (Ausubel) เชื่อว่าเด็กอายุต่ำกว่า 12 ปี ต้องเรียนรู้จากของจริง การทดลองหรือปฏิบัติจะช่วยให้เด็กเข้าใจสิ่งที่เรียนได้อย่างชัดเจน เด็กหลังวัยเรียนระดับประถมศึกษาจะสามารถเรียนรู้ได้จากการสนทนา การอภิปราย และกิจกรรมที่น่าสนใจ ดังนั้นการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา อุปกรณ์การสอนจึงเป็นส่วนสำคัญ

4. ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (สมทรง สุวพานิช, 2549: 30) กาเย่ (Gagne) นักปรัชญาชาวอเมริกันผู้นี้ได้เสนอแนวความคิดเกี่ยวกับการสอนแบบชี้แนะเพื่อให้เกิดการค้นพบ (Guided discovery) บรูเนอร์ (Bruner) เน้นกระบวนการ (Process) แต่กาเย่มีความเห็นตรงข้ามกับบรูเนอร์ คือ กาเย่จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นผลของพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียน

5. ทฤษฎีการเรียนรู้ของดินส์ (Dienes) นักคณิตศาสตร์ศึกษาผู้นี้มีชื่อเสียงในประเทศออสเตรเลีย อังกฤษ แคนาดา ดินส์ได้เสนอหลัก 4 ประการในการสอนคณิตศาสตร์

5.1 หลักแห่งพลวัต (The Dynamic Principle) เด็กจะเรียนรู้จากการเล่น และกิจกรรม 3 ระดับ คือการเล่นเกมหรือกิจกรรมที่ไม่มีกติกา แต่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แฝงอยู่ หลังจากนั้นเด็กจะเรียนรู้จากการเล่นหรือกิจกรรมที่มีกติกา และในขั้นสุดท้ายเด็กจะเรียนรู้การฝึกหัด

5.2 หลักแห่งการสร้างสรรค์ (The Constructive Principle) ความรู้หรือมโนคติทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ เมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพที่ยั่วให้เกิดความนึกคิดที่จะแก้ปัญหา แม้ว่าเด็กจะไม่มีความคิดเชิงวิเคราะห์ แต่เด็กจะสามารถรับรู้ได้

5.3 หลักแห่งการเปลี่ยนแปลงเชิงคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) จากหลักการที่ว่าตัวแปรทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างคงที่ แม้ว่าตัวแปรต่าง ๆ เปลี่ยนแปลงได้ การช่วยให้เด็กเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ควรใช้วิธีการหลาย ๆ วิธี แต่จำเป็นต้องรักษาความบริบูรณ์หรือสภาพมโนคติให้คงเดิม

5.4 หลักแห่งการเปลี่ยนแปลงเชิงรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) การรับรู้ (Perception) สามารถรับรู้ได้หลายวิธีแต่มีมโนคติอย่างหนึ่งที่ หลักการข้อนี้ หมายความว่าแม้การเสนอมโนคติจากสภาพการณ์หลายสภาพ แต่มโนคิตก็คือสิ่งเดียวกัน เช่น ในการสอนเรื่องสี่เหลี่ยมผืนผ้า การสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าบนกระดานดำ บนกระดานหรือใช้ยางรัดของตรึงบนกระดานเรขาคณิต (Garboard) ก็คือสี่เหลี่ยมผืนผ้านั่นเอง ดังนั้นการเรียนมโนคติทางคณิตศาสตร์เด็กจะต้องเข้าใจสิ่งที่สามารถแทนได้หลายรูปแบบนั้นไม่ว่าลักษณะร่วมกันหรือกล่าวง่าย ๆ ว่าเป็นสิ่งเดียวกัน

วรรณิ โสมประยูร (2536: 20 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 25) ได้เสนอแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ ที่สอดคล้องกับทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception Theory) ของเฮร์บาร์ต (Herbart) เป็นทฤษฎีเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการเรียนรู้เน้นการเรียนรู้ที่เร้าความสนใจ และสร้างความเข้าใจให้นักเรียนเสียก่อนด้วยกิจกรรมที่ใช้รูปธรรมเป็นสื่อการเรียนรู้ หรือใช้สถานการณ์ต่าง ๆ เป็นกระบวนการเชื่อมต่อกับความคิดให้เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้

2. ทฤษฎีเชื่อมโยงสภาพการณ์จากสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Connectionism S-R Bond Theory) ของธอร์นไคค์ (Thorndike) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของนักเรียนในแต่ละขั้นอย่างต่อเนื่อง โดยอาศัยกฎการเรียนรู้ 3 กฎ คือ

2.1 กฎของการฝึกฝนหรือการกระทำซ้ำ (The Law of Exercise Repetition) การตอบสนองของสิ่งเร้ามากบ่อยครั้งเท่าใด สิ่งนั้นย่อมจะคงทนมากขึ้นเท่านั้น และถ้าไม่ได้ปฏิบัติตัวเชื่อมจะอ่อนกำลังลง

2.2 กฎแห่งผล (Law of Effect) หรือกฎแห่งความพึงพอใจและความเจ็บปวด (Pleasure-Pain Principle) กล่าวว่า การตอบสนองจะมีกำลังขึ้นหากเกิดความพึงพอใจตามมาและกำลังอ่อนลงเมื่อเกิดความไม่พอใจ

2.3 กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) ของครอนบาค (Cronbach) กล่าวว่า กระแสประสาทที่มีความพร้อมที่จะกระทำและได้กระทำ เช่นนั้นจะก่อให้เกิดความพอใจแต่ถ้ายังไม่พร้อมที่จะกระทำย่อมทำให้เกิดความรำคาญ

3. ทฤษฎีเสริมแรง (Operant Conditioning) ของสกินเนอร์ (Skinner) กล่าวว่า การเรียนรู้จะแบ่งจุดประสงค์ของการเรียนรู้ออกเป็นส่วนย่อยมากมาย ซึ่งแต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วน ๆ ไป และต้องกำหนดจังหวะเวลาในการเสริมแรงให้เหมาะสม

4. ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental Discipline) ของเพลโต (Plato) กล่าวว่า การพัฒนาสมองโดยให้นักเรียนเข้าใจและฝึกมาก ๆ จนเกิดทักษะและความคงทนในการเรียนรู้ และถ่ายโยงไปใช้โดยอัตโนมัติ

5. ทฤษฎีการสรุป (Generalization Theory) ของจัตต์ (Judd) เน้นการสรุปเรื่องจากประสบการณ์ที่ได้รับ

6. ทฤษฎีการหยั่งรู้ (Insight Through Configuration of Perceive Situation Theory) ของโคลเลอร์ (Koehler) กล่าวว่าจัดสภาพที่เป็นปัญหาให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นและหาทางแก้ปัญหาเป็นคราว ๆ ไป ต่อเมื่อเกิดปัญหาลงอีก นักเรียนก็จะสามารถนำวิธีการนั้นมาแก้ปัญหาได้ทันทีโดยไม่ต้องเสียเวลาพิจารณาใหม่แล้วก็นำมาดัดแปลงใช้กับสถานการณ์ใหม่ และรู้จักมองปัญหาเป็นส่วน ๆ และเรียนรู้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ได้

7. ทฤษฎีการผ่อนคลาย (Suggestopedia Theory) เน้นเรื่องความสุข ความสบายจะช่วยให้เกิดความรู้และความคิดสร้างสรรค์

8. ทฤษฎีการสอนแบบธรรมชาติ (The Natural Approach Theory) เน้นเรื่องการเรียนรู้โดยนักเรียนได้สัมผัสของจริง

นอกจากนี้สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540: 29) ได้เสนอแนวทางของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสุขในการเรียนไว้ดังนี้

1. บทเรียนเริ่มจากง่ายไปหายาก คำนึงถึงวุฒิภาวะและความสามารถในการยอมรับของเด็กแต่ละวัย มีความต่อเนื่องในเนื้อหาวิชาและขยายวงไปสู่แขนงอื่น ๆ เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจต่อชีวิตและโลกรอบตัว

2. วิธีการเรียนสนุกไม่น่าเบื่อและตอบสนองความสนใจใคร่รู้ของนักเรียน การนำเสนอเป็นไปตามธรรมชาติ ไม่ยัดเยียดหรือกดดัน เนื้อหาที่เรียนไม่มากเกินไปจนเด็กเกิดความล้า และไม่น้อยเกินไปจนเด็กหมดความสนใจ

3. ทุกขั้นตอนของการเรียนรู้มุ่งพัฒนาและส่งเสริมกระบวนการคิดในแนวต่าง ๆ ของเด็กรวมทั้งความคิดสร้างสรรค์ คิดวิเคราะห์ จากการประมวลข้อมูลและเหตุผลต่าง ๆ คิดแก้ปัญหาอย่างมีระบบ

4. แนวการเรียนรู้สัมพันธ์และสอดคล้องกับธรรมชาติ เพื่อเปิดโอกาสให้เด็กได้สัมผัสความงามและความเป็นไปของสรรพสิ่งรอบตัว บทเรียนไม่จำกัดสถานที่หรือเวลาและทุกคนมีสิทธิเรียนรู้เท่าเทียมกัน

5. มีกิจกรรมหลากหลาย สนุก ชวนให้นักเรียนเกิดความสนใจต่อบทเรียนนั้น ๆ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้น ๆ ภาษาที่ใช้จึงใจเด็ก นุ่มนวลให้กำลังใจและเป็นไปในเชิงสร้างสรรค์

6. สื่อประกอบการเรียน เราให้เกิดการเรียนรู้ เข้าใจตรงเป้าหมาย ซึ่งกำหนดไว้อย่างชัดเจน คือ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนสามารถรู้จนชัดเจน (Learn to Know) เรียนจนทำได้ (Learn to Do) และเรียนเพื่อจะเป็น (Learn to Be)

7. การประเมินผล มุ่งเน้นพัฒนาการของเด็กในภาพรวมมากกว่าจะพิจารณาจากผลการทดสอบทางวิชาการ และเปิดโอกาสให้เด็กได้ประเมินตนเองด้วย

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นมีอยู่หลายทฤษฎี และผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เช่น ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) เน้นการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมากๆ ซ้ำๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้นๆ เพราะเชื่อว่าวิธีการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ทฤษฎีการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental Learning) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในโรงเรียน ซึ่งนักเรียนได้ประสบกับตนเองทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) จัดกิจกรรมการคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของเด็ก นักเรียนจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตนเอง ทฤษฎีการเรียนรู้ของเพียเจต์ การเรียนการสอนจำเป็นต้องใช้วัสดุหรือของจริงประกอบการสอน เพื่อให้เด็กเกิดการค้นพบ ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner) การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ของจริงอธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ เช่น การใช้รูปภาพอธิบาย หรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์อธิบายหรือแสดงมโนคติทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของอูซุเบล (Ausubel) การจัดการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้ผู้เรียนมีความต้องการที่จะเรียนรู้ ใฝ่รู้ ศึกษาหาความรู้และเก็บรักษาความรู้ไว้ให้ได้ยาวนานที่สุดทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne) จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นผล ของพฤติกรรมการเรียนรู้ของผู้เรียนทฤษฎีการเรียนรู้ของดienes (Dienes) การจัดกิจกรรมที่ให้ความรู้หรือมโนคติทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้เมื่อผู้เรียนอยู่ในสภาพที่ยั่วให้เกิดความนึกคิดที่จะแก้ปัญหา วรณี โสมประยูร การจัดการเรียนการสอนที่สร้างความเข้าใจให้แก่เด็กเรียนเสียก่อนด้วยกิจกรรมที่ใช้รูปธรรมเป็นสื่อการเรียน หรือใช้สถานการณ์ต่าง ๆ เป็นกระบวนการเชื่อมต่อกับความคิดให้เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้การฝึกฝนหรือการกระทำซ้ำ ๆ การจัดสภาพที่เป็นปัญหาให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น และหาทางแก้ปัญหา และการสอนแบบธรรมชาติเป็นการเน้นการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้สัมผัสของจริงเป็นต้น

ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีประเด็นที่คล้ายคลึงกัน ไว้ดังนี้

Cruikshank and Sheffield (1992: 37) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้ ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ โดยที่บางปัญหาเป็นปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และสามารถหาคำตอบได้โดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

Krulik and Rudnick (1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็น สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหามust ต้องค้นหาวินัยที่จะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

Heddens and Speer (1997: 43) ได้กล่าวว่าปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ท้าทาย ประกอบด้วยกระบวนการที่ซับซ้อน เพราะไม่ใช่แค่การคิดเลขเพียงอย่างเดียวเท่านั้น หากแต่มีกระบวนการและรูปแบบที่แน่นอนและชัดเจนในการดำเนินการ

Reys et al.(2004: 115) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ที่บุคคลต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ต้องหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยใช้ความพยายามและการคิดในขั้นสูง

Polya (1980: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Kutz (1991: 91) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหามust จะไม่รู้วิธีที่จะบรรลุเป้าหมายนั้น
3. ผู้แก้ปัญหามust กระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมายนั้น

จากการศึกษาความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประสบการณ์เดิม ส่วนตัวและทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติเพื่อให้ปัญหานั้นหมดไปและบรรลุจุดหมายที่ต้องการสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนใหญ่มีความคล้ายคลึงกัน ดังนี้

Polya (1957: 23 - 29) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาที่ต้องการให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ วิธีการ หรือคำอธิบายให้เหตุผล ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับข้อมูลที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

Charles et al. (1987: 11 - 13) กล่าวว่าปัญหาอย่างน้อย 4 ประเภทที่ควรสอน ดังนี้

1. ปัญหาขั้นตอนเดียว (One-step Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาคือนักเรียนต้องแปลงสถานการณ์ที่เป็นเรื่องราวให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ หรือการหาร ปัญหาประเภทนี้มักพบในการเรียนการสอนตามปกติ ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวคือ การเลือกดำเนินการ

2. ปัญหาหลายขั้นตอน (Multi-step Problem) มีความแตกต่างกับปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวที่จำนวนของการดำเนินการที่จำเป็นในการหาคำตอบ ปัญหาหลายขั้นตอนมีจำนวนของการดำเนินการมากกว่าหนึ่งตัว ยุทธวิธีพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนคือ การเลือกการดำเนินการ

3. ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถแปลงให้เป็นประโยคทางคณิตศาสตร์โดยการเลือกการดำเนินการได้ทันที แต่จะต้องใช้กระบวนการต่าง ๆ ช่วย เช่น การทำปัญหาให้ง่าย การแบ่งปัญหออกเป็นปัญหาย่อย ๆ การเขียนภาพหรือแผนภาพ การเขียนกราฟแทนปัญหา การแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เช่น การประมาณคำตอบ การเดาและตรวจสอบ การสร้างตาราง การค้นหาแบบรูป การทำย้อนกลับ ปัญหากระบวนการปัญหาลำดับขั้นตอนอาจใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาลำดับขั้นตอนได้หลายแบบ

4. ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) บางครั้งเรียกว่า ปัญหาเชิงสถานการณ์ (Situational Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาลำดับขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ซึ่งจะต้องใช้วิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น

การรวบรวมข้อมูลทั้งที่กำหนดในปัญหา และอยู่นอกปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูลเป็นปัญหาที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์

Reys et al.(2004: 116) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเป็นเรื่องราว มีโครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อนนักและคล้ายกับตัวอย่างหรือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาเคยมีประสบการณ์ในการแก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (No-routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนแปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ในการแก้ปัญหามักต้องใช้ความรู้ และประสบการณ์หลายอย่างประมวลเข้าด้วยกันเพื่อกำหนดวิธีแก้ปัญหา

Dossey (2005) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ต้องตัดสินใจ (Decision Making) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักต้องทำความเข้าใจปัญหา ลักษณะและข้อจำกัดของปัญหา สามารถแปลงข้อมูลของปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหามาได้ข้อจำกัด สามารถตรวจสอบและประเมินการตัดสินใจ และสื่อสารคำตอบได้

2. ปัญหาที่ต้องวิเคราะห์และวางแผน (System Analysis and Design) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักต้องวิเคราะห์ความซับซ้อนหรือสร้างการวางแผน จับประเด็นเหตุผลภายในปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ อธิบายความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายใน ค้นหาสาเหตุหรือคำตอบจากการวางแผน ประเมินค่าความสมเหตุสมผลแล้วเผยแพร่ได้

3. ปัญหาที่ต้องจับประเด็นปัญหา (Trouble Shooting) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามักต้องวิเคราะห์ถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้น เข้าใจถึงสาเหตุอันเนื่องมาจากปัญหา เช่น ขั้นตอนการทำงานสามารถบ่งชี้ถึงจุดที่ทำให้เกิดภาวะวิกฤตได้ วิเคราะห์และหาคำตอบ และสามารถตรวจสอบหรือพิสูจน์คำตอบแล้วเผยแพร่ได้

สมวงษ์ แปลงประสบโชค (2545 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 45) ได้แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

1. โจทย์ปัญหาการบวก การลบ การคูณ และการหาร

1.1 ประเภทคิด 1 ขั้นตอน

1.2 ประเภทคิดหลายขั้นที่เรียกว่า โจทย์ระคน

2. โจทย์ประยุกต์ เช่น โจทย์ปัญหาเศษส่วน โจทย์ปัญหาร้อยละ โจทย์ปัญหาคณพหุคูณ (บัญญัติไตรยางค์)

ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้(อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 45)

1. ปัญหาให้ค้นหาคำตอบ เป็นโจทย์ปัญหาระดับประถมศึกษา ที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ อาจเป็น โจทย์ปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือเชิงปฏิบัติการ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม เช่น การให้หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณหรือผลหารของจำนวนเศษที่ได้จากการหาร กำไรขาดทุน การหาพื้นที่ ปริมาตรและการวัด เป็นต้น

2. ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Le blanc, Profit and Putt อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 45) ได้แบ่งชนิดของปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ

2.1 ปัญหาที่มีอยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป (Textbook Problems) เป็นปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำเบื้องต้นทางวิทยาศาสตร์ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหารเพื่อให้นักเรียนสามารถประยุกต์ หรือนำความรู้เกี่ยวกับการกระทำเหล่านี้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ อาจเสนอในรูปแบบของรูปภาพ หรือแผนภาพ วลี หรือประโยคสั้น ๆ หรือผสมผสานกันหลายรูปแบบ

2.2 ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่เน้นเทคนิคหรือกลวิธีการแก้ปัญหา เน้นกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหา มุ่งพัฒนาและฝึกกลวิธีในการแก้ปัญหาเป็นสำคัญ โดยการจัดโอกาสให้นักเรียนได้คิดค้นวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง หรือโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่ม เพื่อสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา

Frederickson (อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 45) กล่าวถึงการเรียนการสอนแก้ปัญหาในระดับประถมศึกษาว่า โจทย์ปัญหามี 2 ประเภท

1. ปัญหาที่เข้าใจได้ชัดเจน สามารถระบุแนวทางในการแก้ปัญหาได้เรียกว่า Well-Structured Problem

2. ปัญหาที่สามารถเข้าใจได้ แต่แนวทางในการแก้ปัญหานั้นผู้แก้ปัญหจะต้องอาศัยความคิดที่เกิดผล (Productive Thinking) ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาทางเรขาคณิตบางเรื่องต้องมีการสร้างรูปเพิ่มเติมจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

Fong 1993 (อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 46) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาออกเป็น 5 ประเภทด้วยกัน

1. ปัญหาที่ไม่มีข้อความ (Routine Non-Verb Problem) คือ ปัญหาที่ไม่มีข้อความใดๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีความรู้เกี่ยวกับหลักการคณิตศาสตร์เพียงพอซึ่งปัญหาลักษณะดังกล่าวจะนำมาใช้เป็นแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียน ภายหลังเรียนรู้หลักการที่เกี่ยวข้องนั้นมาแล้ว ตัวอย่างเช่น $2:5 = X:25$, X มีค่าเท่ากับเท่าใด ปัญหานี้ผู้เรียนต้องเรียนเรื่องสัดส่วนมาแล้วเป็นต้น

2. โจทย์ปัญหาทั่วไป (Routine Verbal Problem) เป็นโจทย์ปัญหาโดยทั่วไป ที่ใช้วิธีการแก้ปัญหานั้นแน่นอนตายตัว ยากง่ายปะปนกันไป นักเรียนสามารถจำรูปแบบปัญหาและ

แก้ปัญหานั้นได้ เรียกอีกอย่างว่า ปัญหาขั้นตอนเดียว ตัวอย่างเช่น น้ำส้ม 6 แก้ว ราคา 30 บาท ถ้า น้ำส้ม 8 แก้ว จะราคาเท่าใด

3. โจทย์ปัญหาประยุกต์ (Verbal Problem with Application) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะหลายอย่างเพื่อแก้ปัญหา ผู้เรียนเคยเรียนรู้ทักษะหรือความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา มาแล้ว เพียงแต่นำเอาความคิดรวบยอดนั้นมาประยุกต์เป็นปัญหา เรียกอีกอย่างว่า โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน ตัวอย่างเช่น สัดส่วน ด้าน 3 ด้าน เท่ากับ 1:2:2 ถ้าไม้ฉากอันหนึ่งมีด้านรวบกันได้ 60 เซนติเมตร แต่ละด้านจะยาวเท่าไร

4. ปัญหาที่เน้นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่คิดแปลงพัฒนาจากปัญหาต่าง ๆ โดยต้องใช้ยุทธวิธีหรือเทคนิคที่มากกว่า 1 วิธีขึ้นไปในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น ในเดือนมกราคม ในขณะที่ต้องนำหนักยังเท่าเดิม ทำให้สัดส่วนน้ำหนักแดงและเคย กลายเป็น 4:3 อยากทราบว่าแดงมีน้ำหนักเท่าไร

5. ปัญหาในชีวิตจริง (Real-life Problem) ตัวอย่างเช่น มานีต้องการเตรียมน้ำส้มให้สมาชิกในครอบครัว อยากทราบว่า มานีต้องการเตรียมน้ำส้มเป็นปริมาณเท่าใด เป็นต้น ในการแก้ปัญหานี้ ผู้เรียนต้องรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องก่อน ได้แก่ ครอบครัวนี้มีสมาชิกกี่คน แก้วมีขนาดเท่าไร ราคาของน้ำส้ม ฯลฯ จึงจะสามารถหาแนวทางแก้ปัญหาได้ ซึ่งเป็นปัญหาที่ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักการวิเคราะห์สถานการณ์ที่แตกต่างกันออกไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการแบ่งประเภทของโจทย์ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ในการแบ่ง อาจแบ่งตามจุดประสงค์ของปัญหา ตามการดำเนินการหาคำตอบ ตามเป้าหมายในการหาคำตอบ หรืออาจแบ่งตามผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าโจทย์ปัญหามี 2 ประเภท ดังนี้ 1) โจทย์ปัญหาที่ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อาจมีขั้นตอนเดียวหรือหลายขั้นตอนและประยุกต์ใช้กลวิธีต่าง ๆ ในการหาคำตอบ และ 2) โจทย์ปัญหาที่ต้องพิสูจน์การใช้การให้เหตุผล วิเคราะห์ ตัดสินใจ และหาคำตอบของปัญหา ซึ่งในแต่ละโจทย์ปัญหาผู้แก้ปัญหาก็จะต้องพิจารณาลักษณะโครงสร้างของปัญหาให้ชัดเจน เพื่อจะได้ประมวลความรู้และประสบการณ์หาคำตอบได้เหมาะสมกับลักษณะของโจทย์ปัญหา

องค์ประกอบที่มีต่ออิทธิพลการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีผู้กล่าวถึงไว้หลายท่าน ดังนี้ สุนีย์ เหมาะะประสิทธิ์ (2534 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดช, 2553: 47) กล่าวว่าไว้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาเป็นความสามารถขั้นสูงสุดที่สลับซับซ้อน จำเป็นต้องอาศัยองค์ประกอบด้านต่าง ๆ ด้วยกัน

1. ความสามารถในการอ่าน

2. ความสามารถในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน
3. ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
4. ความสามารถในการหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

สุวรรณ กัญจนมยุร (2538 อ้างถึงใน อัญชลลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 47) ให้แนวคิดว่าการแก้โจทย์ปัญหา เป็นการนำความรู้ทั้งหมดทั้งที่นักเรียนเรียนมาไปใช้ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการวิเคราะห์และการที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ ดังนี้

1. ภาษา ได้แก่ ทักษะการอ่าน การจับใจความและรู้จักความหมายของคำ
2. ความเข้าใจ ได้แก่ ทักษะการจับใจความ ดีความ และแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบ
3. การคิดคำนวณ ได้แก่ ทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ
4. การแสดงวิธีทำ ได้แก่ การย่อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุม และมีใจความชัดเจนตามโจทย์
5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ฝึกทักษะตามตัวอย่าง จากการแปลความ และจากหนังสือเรียน โดยฝึกทักษะจากง่ายไปหายาก

น้อม เคน (2537 อ้างถึงใน อัญชลลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 48) ให้หลักการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ให้ผลดี จะต้องคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการ

1. การวิเคราะห์ปัญหา ควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร
2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ ก่อนที่นักเรียนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้นั้น ควรจะได้เรียนเรื่องการใช้ตัวเลขแทนจำนวน รวมทั้งการใช้เครื่องหมายเท่ากับ มากกว่า น้อยกว่า บวก ลบ คูณ และหาร อย่างเข้าใจมาก่อน
3. การใช้สื่อการสอน จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากขึ้น
4. ความสามารถในการอ่าน นักเรียนต้องมีทักษะในการอ่านสามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ ได้ดี และสามารถตีความโจทย์กำหนดสิ่งใดให้ และต้องการทราบสิ่งใด มีการฝึกการอ่านโจทย์ให้รู้จักสังเกตคำศัพท์ที่จะบอกให้ทราบว่า จะต้องแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละข้ออย่างไร โดยวิธีใด เช่น คำว่า ใช้ไปหามาเพิ่มอีกจัดแบ่ง เป็นต้น
5. ทักษะในการคำนวณ การที่นักเรียนจะสามารถ บวก ลบ คูณ และหาร ได้ถูกต้องแม่นยำ และรวดเร็ว นั้น จะช่วยในการคิดคำนวณในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แม่นยำ และรวดเร็วด้วย

6. การประมาณคำตอบ ช่วยให้นักเรียนทราบว่า วิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหา และการคำนวณนั้นถูกหรือผิดได้ โดยการเปรียบเทียบคำตอบได้จากการประมาณคำตอบจริง

7. การใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา อาจใช้วิธีการแก้หลาย ๆ วิธี และวิธีการต่าง ๆ นั้นนำไปสู่คำตอบเดียวกัน ผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะจะได้มีความคิดที่กว้างไกล ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้แต่วิธีใดวิธีหนึ่ง

8. การเลือกโจทย์ปัญหา ควรเลือกให้สอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน เป็นเรื่องที่นักเรียนกำลังสนใจ เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน และการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน

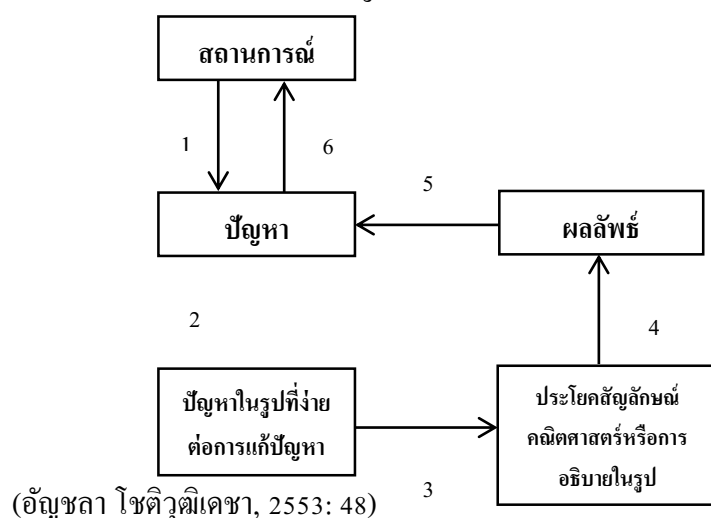
สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 48) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหา ดังนี้

1. ความยากของปัญหาคณิตศาสตร์ เช่น ความยาวของปัญหา ความยุ่งยากซับซ้อนของประโยค การลำดับข้อมูลในเนื้อหา คำบ่งชี้ต่าง ๆ ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยสิ่งเหล่านี้จะมีผลต่อความยากในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน และองค์ประกอบที่มีลักษณะเกี่ยวกับโครงสร้างของโจทย์ปัญหา ปัญหาหลายขั้นตอนทำให้นักเรียนมีความยากในการแก้ปัญหามากกว่าขั้นตอนเดียว

2. ความสามารถในการอ่าน จะต้องมีความสามารถในการอ่าน เพื่อที่จะทำให้เข้าใจความหมายของข้อความที่อยู่ในปัญหา เพื่อจะใช้แก้ปัญหาและตีผลลัพธ์ออกมาเป็นความต้องการของปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถทางสติปัญญา ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ คิดหาวิธี และการคิดคำนวณ ความสามารถทางภาษา ได้แก่ การอ่านเพื่อตีความ แปลความจากโจทย์ปัญหา เป็นต้น นอกจากนี้แล้วด้านตัวผู้เรียนเองต้องมีความรู้พื้นฐาน ความคิดรวบยอด และทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และการแก้ปัญหาคำย จึงได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 2.1

ภาพที่ 2.1 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์



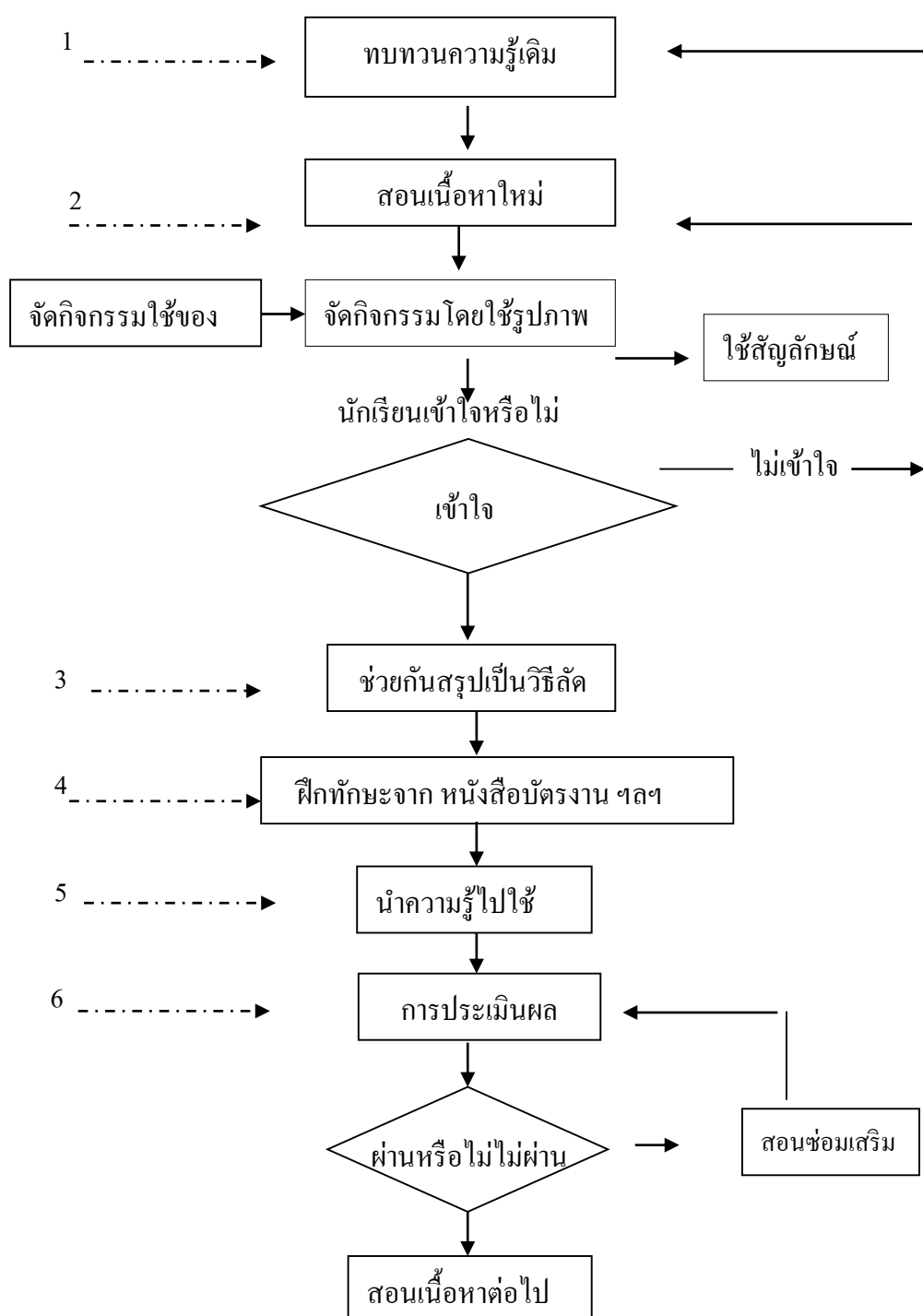
จากแผนภาพกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เสนอแนะการกระทำของผู้แก้ปัญหาที่ต้องปฏิบัติ ดังนี้

1. ตั้งเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา
2. พิจารณาปัญหาและทำปัญหาให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา
3. เปลี่ยนปัญหาอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณผลลัพธ์ หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำปัญหาที่แก้ได้ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) สถาบันการส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งเป็นผู้รับผิดชอบทางเรื่องเนื้อหาและวิธีการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษามัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย อยู่ในปัจจุบัน ได้กำหนดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่ในคู่มือครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของ สสวท. แผนภูมิจะแสดงให้เห็นว่าการสอนคณิตศาสตร์จัดเป็นลำดับขั้นตอนดังนี้ (สถาบันการส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2539: 6)

1. ข้นทบทวนความรู้เพิ่มเติม เป็นการกล่าวหรืออ้างอิง สิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว และเกี่ยวข้องกับบทเรียนใหม่ที่กำลังสอน
2. ข้นจัดกิจกรรมในชั้นเรียนเพื่อนำไปสู่บทเรียน
 - 2.1 ข้นของจริง เป็นที่พยายามนำรูปธรรมมาใช้ เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปไปสู่นามธรรม
 - 2.2 ข้นรูปภาพ ครูเปลี่ยนเครื่องช่วยคิดจากของจริงมาเป็นรูปธรรม
 - 2.3 ข้นสัญลักษณ์ หลังจากให้นักเรียน เรียนรู้ขั้นที่ใช้ของจริง หรือรูปประกอบ การสอนแล้วครูอธิบายโดยใช้สัญลักษณ์
3. ข้นสรุปไปสู่วิธีคิด เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้ครั้งต่อไป
4. ข้นฝึกทักษะ เมื่อเข้าใจวิธีคิดแล้วจึงให้นักเรียนฝึกทักษะ ด้วยการทำแบบฝึกหัดจากบทเรียนหรือปัดรงาน
5. ข้นนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และใช้ในวิชาอื่น ที่เกี่ยวข้องโดยให้นักเรียนนำโจทย์ปัญหาหรือกิจกรรมที่มักประสบในชีวิตประจำวัน
6. ข้นประเมินผล เป็นการประเมินเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน และตัดสินผลการเรียน โดยจะต้องนำผลการประเมินไปเก็บสะสม เพื่อประกอบการประเมินการผ่านจุดประสงค์ในสมุดประจำชั้นด้วย ดังภาพประกอบต่อไปนี้

ภาพที่ 2.2 แสดงการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี



(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2539: 7)

อัมพร ม้าคอง (2553: 44) ได้กล่าวถึงกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แต่ละปัญหา อาจใช้วิธีที่แตกต่างกันได้หลายวิธี รวมทั้งกลวิธีที่ใช้ก็อาจแตกต่างกัน รวมทั้งกลวิธีที่ใช้ก็อาจแตกต่างกันด้วย กลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่

จะช่วยให้ผู้เรียนคิดและแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ กลวิธีแก้ปัญหามีอยู่หลายรูปแบบ ได้มีผู้เสนอแนะกลวิธีที่คล้ายคลึงกัน ดังนี้ (Charles, Lester.& O Daffer 1994, Soble & Maletsky. 1988)

1. การลองผิดลองถูก (Trialand Error) เป็นวิธีที่ผู้เรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถจะทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบช้าหรือเร็ว แต่ก็เป็วิธีที่ผู้เรียนสามารถทำได้สะดวก

2. การวาดภาพ (Picture) บางครั้งการวาดภาพประกอบก็ทำให้ผู้เรียนเข้าใจความซับซ้อนและบริบทของปัญหาง่ายขึ้น หรือทำให้ปัญหาที่เป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น

3. การสร้างโมเดล (Model) เป็นวิธีแก้ปัญาโดยใช้การจำลองเป็นโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟสร้างโมเดล

4. การค้นหาแบบรูป (Pattern) ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหารูปแบบทั่วไปของปัญหาอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ

5. การสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ (List table. And chart) การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น และอาจทำให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น

6. การทำงานย้อนกลับ (Working Backward) เป็นการแก้ปัญาโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการแล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญาก่อนหน้า เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน

7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า (Familiar and Simpler Problem) เป็นการทำให้ปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้ หรือสามารถใช้วิธีแก้ปัญาอื่นที่ง่ายกว่า

8. การใช้เหตุผลเชิงตรรก (Logical Reasoning) เป็นการแก้ปัญาโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลในการคิด เช่น การเปรียบเทียบปริมาตรของภาชนะ การเรียงลำดับขั้นตอนการทำงาน

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2535 อ้างถึงใน กรองกาญจน์ ทองคำสุก, 2553: 17) ได้ให้แนวคิดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา แบ่งเป็น 4 ขั้น ดังนี้

1. ทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา เช่น พิจารณาว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง โจทย์ถามอะไร ข้อมูลใดมีความสัมพันธ์กันบ้าง

2. วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา เช่น พิจารณาว่าจะต้องทำอะไรก่อนอะไรหลัง มีกี่ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนจะแก้ปัญาโดยวิธีใด

3. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เป็นการลงมือแก้ปัญา และมีการตรวจสอบการดำเนินการทุกขั้นตอน

4. ประเมินผลและตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญา เพื่อเป็นข้อมูลนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญาอื่น ๆ

สวัสดี จิตต์จนะ (2536 อ้างถึงใน กรองกาญจน์ ทองคำสุก, 2553: 18) ได้เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา
2. แบ่งโจทย์ปัญหาเป็นประโยค
3. พิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในโจทย์ อาจทำให้เครื่องหมาย ตารางแผนผัง หรือวาดภาพประกอบเพื่อแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นรูปธรรมที่ง่ายต่อการสร้างความคิดรวบยอด
4. ตัดสินเลือกใช้วิธีหาคำตอบ อาจหาวิธีแก้ปัญหามาไว้หลาย ๆ วิธี แล้วทดลองหาคำตอบ และตรวจสอบความถูกต้องภายหลัง
5. แสดงความคิดในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ หรือรูปใดรูปหนึ่งที่เหมาะสมกับโจทย์นั้น ๆ
6. แสดงวิธีหาคำตอบ
7. คิดคำนวณหาคำตอบและตรวจคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหานั้น เป็นกระบวนการของการทำความเข้าใจในปัญหา การคัดเลือก หรือรวบรวมข้อมูลที่จำเป็นหนึ่งอย่างหรือมากกว่าตามสถานการณ์ การตอบปัญหาตามที่โจทย์ต้องการ และการประเมินความมีเหตุผลของคำตอบ นับว่าเป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อนสำหรับนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งนักเรียนส่วนมากยังแก้ปัญหามิได้ จึงจำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างแท้จริง

แนวการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 48) ได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 9 ขั้นตอนดังนี้

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ และพยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์
2. หาวาโจทย์ถามอะไร
3. หาวาโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ตัดข้อความที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทำโจทย์ข้อนี้ออก
4. เลือกกระบวนการที่จะใช้กับโจทย์ข้อนี้
5. แปลโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์
6. กะประมาณคำตอบ
7. คิดคำนวณและเปรียบเทียบที่กะประมาณคำตอบเอาไว้
8. ตรวจคำตอบ
9. ใส่คำตอบ

อุทัย เพชรช่วย (2532 อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 48) ได้เสนอวิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาภาคคณิตศาสตร์ ที่สามารถช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี ซึ่งเรียกว่า การสอนโจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค 4 คำถาม

คำถามที่ 1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โดยเน้นให้ผู้เรียนค้นพบตั้งแต่เริ่มต้นอ่านโจทย์ปัญหาข้อนั้น และเมื่อพบแล้วต้องบันทึกไว้

คำถามที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้น มีคืออะไรบ้าง เมื่อค้นพบแล้วก็ให้บันทึกไว้เช่นกัน

คำถามที่ 3 จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่หาอย่างไร

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนพิจารณาว่า การจะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการนั้น จะต้องหาอะไรก่อน และถ้าต้องการหา จะหาสิ่งนั้นอย่างไร แล้วให้ผู้เรียนบันทึกสิ่งที่ต้องการหาก่อน วิธีการหาเอาไว้ในกรณีที่ไม่ต้องหา ก็ให้บันทึกไว้ว่า ไม่ต้อง

คำถามที่ 4 จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนพิจารณาว่า จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการนั้นอย่างไร จะต้องเอาคำตอบของคำถามที่ 1 และคำตอบของคำถามข้อที่ 3 (ถ้ามี) มากระทำกันอย่างไร (บวก ลบ คูณ หาร) จึงจะได้สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้น

ดีไวท์ (Dwight อ้างถึงใน อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 48) ได้เสนอวิธีการสอนนักเรียนให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ไว้ 7 ขั้นตอน

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ
2. อ่านทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า
 - 2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร
 - 2.2 อะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้หาคำตอบ
3. แสดงหรือระบุให้เห็นอย่างชัดเจน ถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับของจำนวนที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าซึ่งระบุอยู่ในตัวโจทย์ โดยแสดงออกมาเป็นคำพูดหรือประโยคที่ชัดเจน
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์การหาคำตอบ
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณในข้อที่ 5
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหา

โพลยา (Polya, 1957 อ้างถึงใน นพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล, 2553: 18) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the Problem) เป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหา โดยมองไปที่สาระของตัวปัญหา ในขั้นตอนนี้ต้องระบุประเภทของปัญหาได้ว่าเป็นปัญหาประเภทใด พร้อมทั้งแยกส่วนสำคัญของปัญหาออก โดยเฉพาะส่วนที่ปัญหาต้องการและส่วนที่ปัญหากำหนดให้

2. ขั้นวางแผน (Devise a Plan) เป็นขั้นตอนสำคัญที่ต้องพิจารณากำหนดว่าแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา ในการวางแผนอาจใช้การทดลอง การลองผิดลองถูก ค้นหารูปแบบที่คล้ายกับที่เคยทำมา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry Out the Plan) เป็นการดำเนินการตามกลยุทธ์ที่เลือกไว้จนกระทั่งหาคำตอบได้หรือแก้ปัญหาใหม่ในขั้นนี้ ผู้แก้ปัญหามองใช้ความรู้ ประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกันโดยให้เหตุผลและข้อสรุปที่เป็นของตนเอง ถ้าแก้ปัญหาได้ไม่สำเร็จตามแผนที่วางไว้ต้องค้นหาสาเหตุ และใช้ประโยชน์จากความคิดพลาดครั้งแรก ๆ ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นตอนนี้เป็นขั้นลงมือคิดคำนวณ ซึ่งความแม่นยำถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญต้องตรวจสอบในแต่ละขั้นอย่างละเอียด สำหรับปัญหาที่เป็นการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ต้องตรวจสอบทุกขั้นตอนว่าการให้เหตุผลนั้นเป็นแบบแผนของการให้เหตุผลหรือการพิสูจน์ที่ถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นทบทวนวิธีการและคำตอบ (Look Back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบ เพื่อให้แน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจผลตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องรวบรวมความรู้ที่มีอยู่ และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

Krulik and Reys, 1980 (อ้างถึงใน นพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล, 2553: 20) เสนอกระบวนการ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้างเพียงพอ สำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร

2. วางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาด้วยการย้อนคิดย้อนกลับว่าเราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่

3. ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้ หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน

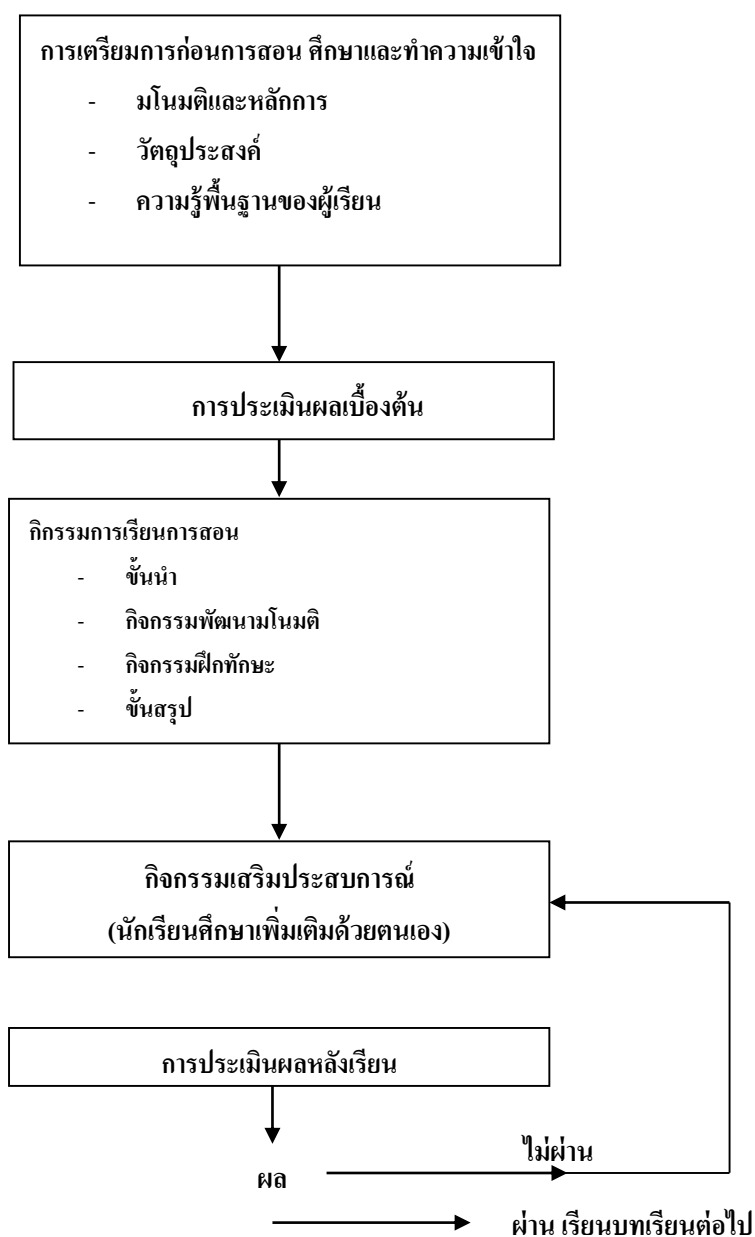
4. ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่าได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่ ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นเป็นการตอบปัญหาที่ถูกต้องแน่นอนเพียงไร

สุจิตดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 อ้างถึงใน อัญชลี โชติวุฒิเดชา, 2553: 49) ได้วิจัยเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา คณะผู้วิจัยได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1. การเตรียมการก่อนการสอน โดยการศึกษาและทำความเข้าใจ
 - 1.1 มโนคติและหลักการ
 - 1.2 วัตถุประสงค์
 - 1.3 ความรู้พื้นฐานของตัวผู้เรียน
2. การประเมินผลเบื้องต้น
3. กิจกรรมการเรียนการสอน
 - 3.1 ขั้นนำ
 - 3.2 กิจกรรมพัฒนามโนคติ
 - 3.3 กิจกรรมฝึกทักษะ
 - 3.4 ขั้นสรุป
4. กิจกรรมเสริมประสบการณ์ นักเรียนศึกษาเพิ่มเติมด้วยตนเอง
5. การประเมินผลหลังการเรียน
 - 5.1 ผลไม่ผ่าน ให้กลับไปขึ้นกิจกรรมเสริมประสบการณ์
 - 5.2 ผลผ่าน ให้เรียนบทเรียนถัดไป

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามรูปแบบของสุจิตดา ลอยฟ้า และคณะ สามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังภาพที่ 2.3

ภาพที่ 2.3 ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามรูปแบบการสอน



(อัญชลา โชติวุฒิเดชา, 2553: 50)

ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สังเคราะห์วิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การสังเคราะห์วิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาใช้ในการวิจัย

โรห์ (Rohr)	ดวงเดือน อ่อนน่วม	สวัสดิ์ จิตต์จนะ	ดีไวจ์ (Dwight)	โพลยา Polya	คูลิคและเรย์ (Kulik and Reys)	ผลการสังเคราะห์วิธีการแก้ปัญห
1.สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา	1.ทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา	1.อ่านโจทย์ปัญหา และแบ่งโจทย์เป็นประโยค	1.อ่านและทำความเข้าใจโจทย์	1.ทำความเข้าใจปัญหา	1.ทำความเข้าใจปัญหา	ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจ
2.พิจารณาปัญหาและทำปัญหาให้ง่ายต่อปัญหา	2.วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา แก้ปัญห ด้วยวิธีการใด	2.พิจารณาสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ใช้เครื่องหมายหรือวาดภาพ	2.แสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับจำนวน	2.วางแผน	2.วางแผนการแก้ปัญห	
3.เปลี่ยนปัญหาในรูปสัญลักษณ์	3.ดำเนินการตามแผนที่วางไว้	3.ตัดสินใจเลือกหาวิธีหาคำตอบ	3.เขียนประโยคสัญลักษณ์การหาคำตอบ	3.ดำเนินการตามแผน	3.ดำเนินการตามแผน	ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญห
4. คิดคำนวณผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์	4. ประเมินผลตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหเพื่อเป็นข้อมูล	4. แสดงโจทย์ปัญหาอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์สัญลักษณ์	4. คำนวณหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง	4.ทบทวนวิธีการและคำตอบ	4.ตรวจสอบ	ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน
5.นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา	5. นำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหอื่นๆ	5. แสดงวิธีหาคำตอบ	5. ตรวจสอบคำตอบที่ได้			
6. นำปัญหาที่ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง						
						ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ

จากการสังเคราะห์วิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้วิธีการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการวิจัย 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจปัญหา 2) วางแผนการแก้ปัญห 3) ดำเนินการตามแผน และ 4) การตรวจสอบ

ตอนที่ 2 แนวคิดเกี่ยวกับการจัดการความรู้และการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้

สาระที่กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการความรู้และการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์ใช้การจัดการความรู้ ประกอบด้วย (1) ความหมายของความรู้ (2) ประเภทของความรู้ (3) ความหมายของการจัดการความรู้ (4) หลักการของการจัดการความรู้ (5) กระบวนการจัดการความรู้ และ (6) การจัดการเรียนรู้ที่ใช้นักคิดการจัดการความรู้ รายละเอียดดังนี้

ความหมายของความรู้

นักวิชาการหลายท่านให้ความหมายของ “ความรู้” สรุปได้ ดังนี้

Shelda Debowski (2006: 16) ให้ความหมายว่า ความรู้ คือ กระบวนการทำความเข้าใจหรือเปลี่ยนข้อมูลและประสบการณ์ที่ได้รับเป็นสิ่งใหม่อย่างมีความหมายด้วยความเข้าใจและประยุกต์ใช้ได้โดยส่วนบุคคล

พรธิดา วิเชียรปัญญา (2547: 21) ได้ให้คำจำกัดความของความรู้ว่า ความรู้ (Knowledge) เป็นกระบวนการของการจัดเก็บ เลือกใช้ และบูรณาการ การใช้สารสนเทศเหล่านั้นจนเกิดเป็นความรู้ใหม่ (New Knowledge) ความรู้ใหม่จึงเกิดจากการผสมผสานความรู้และประสบการณ์เดิมผนวกกับความรู้ใหม่ที่ได้รับ ความรู้ดังกล่าวเป็นสิ่งที่อยู่ภายในบุคคลเป็นความรู้ที่ไม่ปรากฏชัดแจ้ง (Tacit Knowledge) หากเมื่อความรู้เหล่านั้นได้ถูกถ่ายทอดออกมาในรูปของการเขียนที่เป็นลายลักษณ์อักษร ความรู้นั้นก็จะกลายเป็นความรู้ที่ปรากฏชัดแจ้ง (Explicit Knowledge) ความรู้ดังกล่าวจะมีคุณค่าปรากฏเมื่อนำมาใช้ในกระบวนการตัดสินใจ (Making Decision)

ชัชวาล วงษ์ประเสริฐ (2548: 17) อธิบายว่า ความรู้ คือ กรอบของการประสมประสานระหว่างสถานการณ์ ค่านิยม ความรู้ในบริบท และความรู้แจ้งอย่างชัดเจน ซึ่งโดยทั่วไปความรู้จะอยู่ใกล้ชิดกับกิจกรรมมากกว่าข้อมูล และสารสนเทศทำให้เกิดความตระหนักถึงความสำคัญของความรู้ อีกทั้งความรู้ คือ สินค้าที่มีอยู่ทั่วไปโดยไม่มีรูปธรรม และไม่มีวันหมดไปความรู้มีอยู่ทั่วไปทุกหนทุกแห่ง สามารถดำรงอยู่ได้ทุกสถานที่ในเวลาเดียวกัน และความรู้ไม่สามารถเปลี่ยนมือกันได้ ไม่เหมือนกับการซื้อสินค้า “ถ้านายแดงซื้อขนมจากนายดำ นายดำก็จะไม่มีขนมชิ้นนั้นอีกต่อไป” แต่ถ้านายดำขายสูตรการทำขนมให้นายแดง ทั้งนายแดงและนายดำก็จะมีขนมกินทั้งคู่ ดังนั้น ในสังคมสารสนเทศ เมื่อเราพูดถึงสินทรัพย์และสินค้าที่เป็นนามธรรมนั้นข้อมูล ข่าวสาร สารสนเทศ หรือความรู้ไม่มีการสูญสลายและสามารถรีไซเคิลได้บ่อยเท่าที่ต้องการ

กิริติ ชัยยังยง (2549: 4) กล่าวว่า ความรู้ เป็นความคิดของแต่ละบุคคลที่ผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์จนเกิดความเข้าใจ และนำไปใช้ประโยชน์ในการสรุปและตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆจนได้รับการยอมรับโดยคนกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งของสังคม

อนุชา เทวราชสมบุรณ์ (2550) ให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้ หมายถึง สิ่งที่ตั้งสมมาจากการศึกษาเล่าเรียน การค้นคว้าหรือประสบการณ์ รวมทั้งความสามารถเชิงปฏิบัติ และทักษะ ความเข้าใจ หรือ สารสนเทศที่ได้รับมาจากประสบการณ์ สิ่งที่ได้มาจากการได้ยิน ได้ฟัง การคิดหรือการปฏิบัติองค์วิชาในแต่ละสาขา

จากความหมายของความรู้ที่นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ไว้ พอสรุปได้ว่า ความรู้ หมายถึง ความเข้าใจในบางสิ่งและประสบการณ์ที่ได้รับ แล้วนำไปใช้ประโยชน์จนเกิดเป็น สิ่งใหม่ที่มีความหมายและเป็นที่ยอมรับของผู้อื่น

ประเภทของความรู้

นักวิชาการหลายท่านได้แบ่งประเภทของความรู้ ดังนี้

เจนเนตร มณีนาค และคณะ (2549: 2 - 3) กล่าวว่า ความรู้เป็นทรัพย์สินทางปัญญาขององค์กร สามารถจำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้แบบที่สามารถแสดงออกมาให้เห็นได้ชัด (Explicit Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่บุคลากรในองค์กรสามารถที่จะสังเกตเห็นได้ง่ายและสามารถจัดเก็บเป็นข้อมูล หรือการเรียกมาใช้

2. ความรู้แบบนัยหรือแบบซ่อนเร้น (Implicit Knowledge) ความรู้แบบนี้ส่วนมากมักจะซ่อนเร้นอยู่ในสมองของคนแต่ละคนในองค์กร ซึ่งเป็นการยากที่จะแสดงหรือถ่ายทอดออกมา และเป็นการยากที่จะบอกว่า ความรู้อันไหนคือ ความรู้ที่ซ่อนอยู่ สิ่งที่ทำนาย ผู้บริหารแต่ละคน ก็คือ จะทำอย่างไรที่จะนำความรู้ เรียกความรู้ หรือบริหารความรู้ที่ซ่อนเร้นอยู่นี้มาใช้ให้เกิดประโยชน์ ดังเช่นการที่หลายองค์กรได้นำเอาเทคโนโลยีต่างๆ เช่นอีเมลล์กรู๊ปแวร์ และการส่งข้อมูลแบบเร่งด่วน มาช่วยในการจัดการบริหารความรู้ และการกระจายความรู้ที่ซ่อนเร้นอยู่

ประพนธ์ ผาสุกยี่ด (2547: 21 - 24) แบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ประเภทแรก เป็นความรู้ที่เห็นได้ชัดเจนเป็นรูปธรรม เป็นความรู้ที่อยู่ในตำรา เช่น พวกหลักวิชาหรือทฤษฎีทั้งหลายอันได้มาจากการวิเคราะห์ สังเคราะห์ ผ่านกระบวนการพิสูจน์ ผ่านกระบวนการวิจัย ซึ่งเรียกว่า ความรู้ชัดแจ้ง (Explicit Knowledge)

2. ความรู้ประเภทที่สอง เป็นความรู้ที่ฝังลึกอยู่ในตัวคน (Tacit Knowledge) เป็นสิ่งที่เห็นได้ไม่ชัด เป็นความรู้ที่มาจากการปฏิบัติ บ้างจัดเป็น “เคล็ดวิชา” เป็น “ภูมิปัญญา” เป็นสิ่งที่มาจากการใช้วิจารณ์ญาณ ปฏิภาณไหวพริบ เป็นเทคนิคเฉพาะตัวของผู้ปฏิบัติแต่ละคน ถึงแม้ว่าความรู้ประเภทที่สองนี้จะเห็นได้ไม่ชัดเหมือนความรู้ประเภทแรก แต่ก็เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้งานบรรลุผลสำเร็จได้เช่นกัน แสดงการเปรียบเทียบระหว่างความรู้ 2 ประเภท ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การเปรียบเทียบระหว่างความรู้ 2 ประเภท

Explicit Knowledge	Tacit Knowledge
วิชาการ หลักวิชา	ภูมิปัญญา เคล็ดวิชา
ทฤษฎี ปรัชญา	ปฏิบัติ ประสบการณ์
มาจากการสังเคราะห์ วิจัย ใช้สมอง	มาจากวิจารณ์ญาณ ใช้ปัญญา
เป็นกฎเกณฑ์ วิธีการ ขั้นตอนที่ผ่านการพิสูจน์	เป็นเทคนิคเฉพาะตัว เป็นลูกเล่นของแต่ละทีม

(ประพนธ์ ผาสุกขีต, 2547: 24)

จะเห็นได้ว่าความรู้ชัดแจ้ง (Explicit Knowledge) นั้นเป็นความรู้ที่ได้มาจากการทดลอง ได้มาจากระบวนการทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Method) เป็นความรู้ที่ผ่านการพิสูจน์ (Proven Knowledge) เป็นความรู้ที่ถูกทำให้กลายเป็นเรื่องทั่วไป ไม่ติดอยู่ในบริบทใดบริบทหนึ่ง ในขณะที่ความรู้ฝังลึก (Tacit Knowledge) นั้นมีลักษณะเป็นเคล็ดวิชา เป็นสิ่งที่ได้มาสดๆมีบริบทติดอยู่ ยังไม่ได้ถูกคิดแปลงแต่อย่างใด สามารถรวบรวมได้ง่าย มีลักษณะเป็นวัตถุวิสัย (Objective) เป็นทฤษฎี สามารถแปลงเป็นรหัสในการถ่ายทอด โดยวิธีการที่เป็นทางการไม่จำเป็นต้องอาศัยการปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่นเพื่อถ่ายทอดความรู้ เช่น นโยบายขององค์กร กระบวนการทำงาน ซอฟต์แวร์ เอกสาร และกลยุทธ์ เป้าหมายและความสามารถขององค์กร

พรชิตา วิเชียรปัญญา (2547: 22) กล่าวว่า ประเภทของความรู้ มองได้หลายมิติ แต่มิติที่ได้รับความนิยมมากที่สุดคือ มองในด้าน “รูปแบบที่มองเห็น” ซึ่งมี 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้โดยนัยหรือความรู้ที่มองเห็นไม่ชัดเจน (Tacit Knowledge) จัดเป็นความรู้อย่างไม่เป็นทางการซึ่งเป็นทักษะหรือความรู้เฉพาะตัวของแต่ละคนที่มาจากประสบการณ์ความเชื่อหรือความคิดสร้างสรรค์ในการปฏิบัติงาน เช่น การถ่ายทอดความรู้ ความคิด การสนทนาผ่านการสังเกต การฝึกอบรม ความรู้ประเภทนี้เป็นหัวใจสำคัญที่ทำให้งานประสบความสำเร็จ เนื่องจากความรู้ประเภทนี้เกิดจากประสบการณ์ และการนำมาเล่าสู่กันฟัง ดังนั้น จึงไม่สามารถจัดให้เป็นระบบหรือหมวดหมู่ได้ และไม่สามารถเขียนเป็นกฎเกณฑ์หรือตำราได้ แต่สามารถถ่ายทอดและแบ่งปันความรู้ได้โดยการสังเกตและเลียนแบบ

2. ความรู้ที่ชัดแจ้งหรือความรู้ที่เป็นทางการ (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่มีการบันทึกไว้เป็นลายลักษณ์อักษร และใช้ร่วมกันในรูปแบบต่าง ๆ เช่น สิ่งพิมพ์ เอกสารขององค์กร ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ เว็บไซต์ อินเทอร์เน็ต ความรู้ประเภทนี้เป็นความรู้ที่แสดงออกมาโดยใช้ระบบสัญลักษณ์ จึงสามารถสื่อสารและเผยแพร่ได้อย่างรวดเร็ว

ชัชวาล วงษ์ประเสริฐ (2548: 17 - 19) ได้แบ่งความรู้ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้โดยนัย (Tactic หรือ Implicit Knowledge) หมายถึง ความรู้เฉพาะตัวที่เกิดจากประสบการณ์ การศึกษา การสนทนา การฝึกอบรม ความเชื่อ เจตคติของแต่ละบุคคล เป็นความรู้

บวกกับสติปัญญาและประสบการณ์ ซึ่งถือได้ว่าเป็นองค์รวมของความรู้แต่ละบุคคล ซึ่งเป็นความรู้ที่ไม่หยุดนิ่ง จะปรับเปลี่ยนไปตามสถานการณ์ของการใช้ความรู้ของแต่ละคน ซึ่งก็คือ ความรู้ที่ผ่านกระบวนการจัดเกลาทางสังคม ซึ่งถือว่า เมื่อคนปฏิบัติงานนานๆจนเกิดความชำนาญ ความรู้ประเภทนี้ เป็นความรู้ไม่เป็นทางการ จัดระบบหรือจัดหมวดหมู่ไม่ได้ แต่สามารถแลกเปลี่ยนหรือนำมาเล่าสู่กันฟัง สามารถถ่ายทอดหรือแบ่งปันความรู้นี้ได้ และสามารถสังเกตและเลียนแบบได้ ซึ่งองค์กรต้องพยายามปรับเปลี่ยนความรู้โดยนัยให้เป็นความรู้ที่ฝังกับองค์กร (Embedded Knowledge) ไม่ยึดติดกับตัวบุคคล

2. ความรู้ที่ปรากฏ (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้รับการถ่ายทอดจากบุคคลออกมาในรูปของบันทึกในรูปแบบต่างๆซึ่งก็คือ สารสนเทศนั่นเอง เช่น หนังสือ บทความ ลิขสิทธิ์ เครื่องหมายการค้า สื่อโสตทัศน์ เช่น วีซีดี (VCD) ซีดี (CD) อีเมลล์ (E-mail) อิบุ๊ก/อีเจอร์นอล (E-books/E-journal) เป็นต้น ความรู้ปรากฏถือได้ว่า ทำให้คนเข้าใจได้กว้างขวางและสะดวกยิ่งขึ้น ความรู้ที่มีการสะสมกันมานาน เป็นความรู้ที่ใช้ประโยชน์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีการตรวจสอบอย่างเป็นระบบแล้ว ดังนี้

2.1 ความรู้ที่มีเป้าหมาย (Object-based) เป็นความรู้ที่สร้างขึ้น เช่น ข้อกำหนด คู่มือ ลิขสิทธิ์ โปรแกรมสำเร็จรูป ฐานข้อมูล การบันทึกเสียงและฟิล์ม เป็นต้น

2.2 ความรู้ที่เป็นกฎเกณฑ์ (Rule-based) เป็นความรู้ที่มีการประมวลเป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบปฏิบัติหรืองานประจำ

3. ความรู้ที่เกิดจากวัฒนธรรม (Culture Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากความเชื่อศรัทธา ซึ่งจะเกิดจากผลสะท้อนกลับของตัวความรู้ และสภาพแวดล้อมขององค์กร องค์กรที่พัฒนามาเป็นระยะเวลานานจะมีการพัฒนาความเชื่อร่วมกัน ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับธรรมชาติขององค์กร ความสามารถหลักขององค์กร (Core Competency) ซึ่งก็คือ วัฒนธรรมขององค์กรนั่นเอง

สุวรรณ เจริญเสาวภาคย์ และคณะ (2548: 21) ได้จำแนกความรู้ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ที่ฝังอยู่ในคน (Tacit Knowledge)เกิดจากประสบการณ์ การเรียนรู้หรือพรสวรรค์ต่างๆ อธิบายออกมาได้ยาก แต่สามารถพัฒนาและแบ่งปันได้

2. ความรู้ที่ชัดเจน (Explicit Knowledge)ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผล สามารถถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่างๆได้ เช่น หนังสือ คู่มือ เอกสาร เป็นต้น

ภราดร จินดาวงศ์ (2549: 14 - 15) ได้แบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. Explicit Knowledge เป็นความรู้ที่ปรากฏและมองเห็นได้ชัดเจน สามารถจัดทำออกมาในรูปแบบของเอกสาร คู่มือ หรือสื่อต่างๆ และสามารถถ่ายทอดหรือรวบรวมได้ง่าย ตัวอย่างของ Explicit Knowledge เช่น หนังสือสอนการเล่นกีตาร์ เอกสารวิธีตรวจสอบสินค้า เป็นต้น

2. Tacit Knowledge เป็นความรู้ที่ไม่ปรากฏชัดแจ้ง แต่ถูกฝังลึกและซ่อนเร้นอยู่ในตัวคน โดย Tacit Knowledge อาจเกิดจากประสบการณ์ การเรียนรู้หรือพรสวรรค์ (Talent) การถ่ายทอด หรือสื่อสารในรูปแบบของตัวเลขหรือตัวอักษร อาจทำได้ยาก การสร้างสามารถทำได้โดยการฝึกฝน หรือการกระทำ ตัวอย่างของ Tacit Knowledge เช่น เมื่อได้อ่านหนังสือวิธีการว่ายน้ำแล้วลงสระน้ำ เพื่อทดสอบทฤษฎีการว่ายน้ำ ก็มีโอกาสมันได้ เพราะการว่ายน้ำเกิดจากการฝึกฝนไม่ใช่แค่การอ่านทฤษฎีเท่านั้น

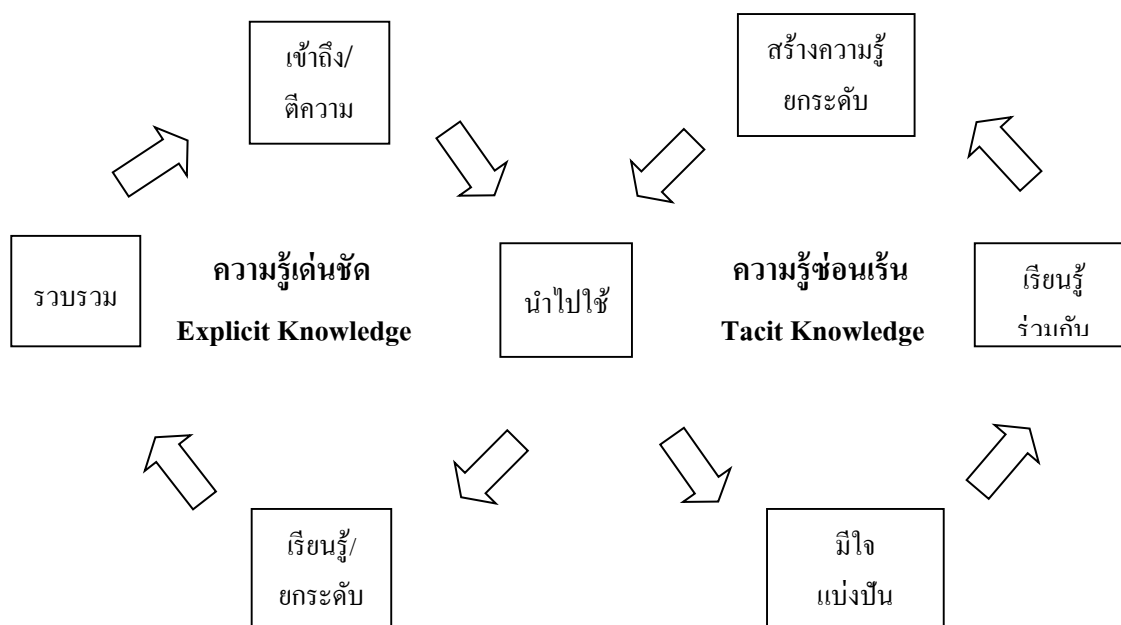
สถาบันส่งเสริมการจัดการความรู้เพื่อสังคม (2550) แบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท ใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ความรู้เด่นชัด (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่อยู่ในรูปแบบที่เป็นเอกสารหรือ วิชาการ อยู่ในตำราหรือคู่มือปฏิบัติงาน

2. ความรู้ซ่อนเร้น (Tacit Knowledge) เป็นความรู้ที่แฝงอยู่ในตัวคนเป็นประสบการณ์ ที่สั่งสมมายาวนาน เป็นภูมิปัญญา

โดยที่ความรู้ทั้ง 2 ประเภทนี้มีวิธีการจัดการที่แตกต่างกัน การจัดการ “ความรู้เด่นชัด” จะเน้นไปที่การเข้าถึงแหล่งความรู้ ตรวจสอบและตีความได้ เมื่อนำไปใช้แล้วเกิดความรู้ใหม่ ก็นำมาสรุปไว้เพื่อใช้อ้างอิง หรือให้ผู้อื่นเข้าถึงได้ต่อ (ดูวงจรทางซ้าย) ส่วนการจัดการ “ความรู้ซ่อนเร้น” นั้น จะเน้นไปที่การจัดเวที เพื่อให้มีการแบ่งปันความรู้ที่มีในตัวผู้ปฏิบัติงานได้ต่อไป (ดูวงจรทางขวา) ดังภาพที่ 2.4

ภาพที่ 2.4 วงจรแสดงการใช้ความรู้ทั้งสองประเภท



(สถาบันส่งเสริมการจัดการความรู้เพื่อสังคม, 2550: 73)

Shelda Debowski (2006: 17 - 18) จัดประเภทของความรู้ออกเป็น 2 ชนิด ดังนี้

1. Explicit Knowledge หรือ ความรู้ที่ชัดเจน คือ ความรู้ที่สามารถถูกแบ่งปันหรือถ่ายทอดกับคนอื่นได้ ซึ่งความรู้ชนิดนี้อาจเป็นเอกสาร เป็นหมวดหมู่ เป็นสื่อ ให้แก่ผู้อื่น ดังเช่น ข้อมูลข่าวสาร และความรู้ชนิดนี้อาจเป็นตัวอย่างที่แสดงให้แก่ผู้อื่นผ่านการสาธิต การอธิบาย และในรูปแบบของการแบ่งปัน

2. Tacit Knowledge หรือ ความรู้โดยนัย คือความรู้ที่ได้รับมาจากประสบการณ์ที่เก็บสะสมและการเรียนรู้ของบุคคลหนึ่ง และเป็นความรู้ที่ยากแก่การทำซ้ำหรือแบ่งปันให้กับผู้อื่น

ในชีวิตจริง ความรู้ 2 ประเภทนี้ จะเปลี่ยนสถานภาพสลับปรับเปลี่ยนไปตลอดเวลา บางครั้ง Tacit ก็เปลี่ยนเป็น Explicit และบางครั้ง Explicit ก็เปลี่ยนเป็น Tacit ซึ่งการแบ่งปันความรู้ประเภท Explicit วิธีที่นิยม เช่น การจัดทำเอกสาร หรือจัดทำฐานความรู้ โดยนำเทคโนโลยีสารสนเทศมาใช้ทำ สามารถเข้าถึงความรู้ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

ความหมายของการจัดการความรู้

กิริติ ชัยยังยง (254: 44) ได้ให้คำจำกัดความว่า การจัดการเรียนรู้ เป็นกระบวนการบริหารจัดการอย่างเป็นระบบ รูปแบบใหม่ที่เน้นการพัฒนากระบวนการงาน (Learning Process) ควบคู่ไปกับการพัฒนากระบวนการเรียนรู้ (Learning Process) ผ่านกระบวนการจำแนก วิเคราะห์ และ

จัดระเบียบความรู้เพื่อสรรหา คัดเลือกจัดการ และเผยแพร่สารสนเทศที่ถูกต้องเหมาะสม และเอื้ออำนวยให้เกิดการแบ่งปันความรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งขององค์กร เพื่อปรับปรุง/หรือเพิ่มขีดความสามารถเชิงการแข่งขัน และ/หรือเพื่อให้ได้มุมมองในองค์กรมากขึ้น

สุวรรณ เจริญเสาวภาคย์ และคณะ (2548: 25) ได้นิยามความหมายของการจัดการความรู้ว่า เป็นกระบวนการในการนำความรู้ที่มีอยู่หรือเรียนรู้มาใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อองค์กร โดยผ่านกระบวนการต่างๆ เช่น การสร้าง รวบรวม แลกเปลี่ยน และใช้ความรู้ เป็นต้น

ภราดร จินดาวงศ์ (2549: 5) การจัดการความรู้เป็นกระบวนการที่มีความสลับซับซ้อนในการที่จะนำความรู้ที่มีอยู่มาสร้าง ขยายผล แบ่งปัน จัดเก็บ และใช้ให้เกิดประโยชน์

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาระบบราชการ (2550) ให้คำจำกัดความว่า การจัดการความรู้เป็นกระบวนการ (Process) ที่ดำเนินการร่วมกัน โดยผู้ปฏิบัติงานในองค์กรหรือหน่วยงานย่อยขององค์กร เพื่อสร้างและใช้ความรู้ในการทำงานให้เกิดผลสัมฤทธิ์ดีขึ้นกว่าเดิม ดังนั้นการจัดการความรู้ในความหมายนี้จึงเป็นกิจกรรมของผู้ปฏิบัติงาน ไม่ใช่กิจกรรมของนักวิชาการหรือนักทฤษฎี แต่นักวิชาการหรือนักทฤษฎีอาจเป็นประโยชน์ในฐานะแหล่งความรู้ (Resource Person) อีกทั้งการจัดการความรู้ นั้น เป็นกระบวนการที่เป็นวงจรต่อเนื่อง เกิดการพัฒนาอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอ เป้าหมาย คือ การพัฒนางานและพัฒนาคน โดยมีความรู้เป็นเครื่องมือ มีกระบวนการจัดการความรู้เป็นเครื่องมือ

อนุชา เทวราชสมบูรณ์ (2550) กล่าวว่า การจัดการความรู้ (Knowledge Management) หมายถึง กระบวนการที่ดำเนินการร่วมกันโดยผู้ปฏิบัติงานในองค์กรหรือหน่วยงานย่อยขององค์กร เพื่อสร้างและใช้ความรู้ในการดำเนินงานให้เกิดผลสัมฤทธิ์ดีกว่าเดิม มีเป้าหมายในการพัฒนางานและคนโดยใช้ความรู้และการจัดการความรู้เป็นเครื่องมือ

Shelda Debowski (2006: 16) นิยามว่า การจัดการความรู้คือแนวทางปฏิบัติของการพิสูจน์ การเข้าครอบครอง การจัดระบบ และการเผยแพร่สินทรัพย์ทางปัญญาที่จำเป็นต่อการทำให้องค์กรบรรลุผลสำเร็จในระยะยาว

จากความหมายของความรู้ที่นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ไว้ พอสรุปได้ว่า การจัดการความรู้ หมายถึง กระบวนการสร้างองค์ความรู้ในกลุ่มหรือองค์กร โดยนำความรู้ที่มีอยู่ในตัวของแต่ละบุคคลมาแลกเปลี่ยนเรียนรู้จนเกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้

หลักการของการจัดการความรู้

American Productivity & Quality Center's International Benchmarking Clearinghouse (อ้างใน เจนเนตร มณีนาถ และคณะ, 2549: 38 - 39) ได้ศึกษาเรื่องการบริหารความรู้ ซึ่งมีการฝึกปฏิบัติในลักษณะดังต่อไปนี้

1. เป็นการฝึกปฏิบัติที่เป็นพลวัตร (Dynamic) คือ มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา โดยมักจะเริ่มจากการริเริ่ม การค้นหา และการรวบรวมความรู้ทั้งหมดที่มีในองค์กร
2. นำความรู้ทั้งหมดที่รวบรวมมาได้มารวมกัน และทำความเข้าใจเพื่อเลือกสิ่งที่จะสามารถนำไปใช้ได้
3. การปรับเพื่อการประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

อนุรัฐ ไทยตรงและคณะ (2551) กำหนดการจัดการความรู้ซึ่งประกอบด้วย กระบวนการหลัก ๆ ได้แก่ การค้นหาความรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ใหม่ การจัดความรู้ให้เป็นระบบ การประมวลผลและกลั่นกรองความรู้ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ สุดท้าย คือการเรียนรู้ และเพื่อให้มีการนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อองค์กร เครื่องมือหลากหลายประเภทถูกสร้างขึ้นมานำไปใช้ในการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งอาจแบ่งเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ ดังนี้

1. เครื่องมือที่ช่วยในการ “เข้าถึง” ความรู้ ซึ่งเหมาะสำหรับความรู้ประเภท Explicit
2. เครื่องมือที่ช่วยในการ “ถ่ายทอด” ความรู้ ซึ่งเหมาะสำหรับความรู้ประเภท Tacit

ซึ่งต้องอาศัยการถ่ายทอด โดยปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเป็นหลัก

ในบรรดาเครื่องมือดังกล่าวที่มีผู้นิยมใช้กันมากประเภทหนึ่งคือ ชุมชนแห่งการเรียนรู้ หรือชุมชนนักปฏิบัติ (Community of Practice: Cop)

สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาระบบราชการ (2550) แบ่งหลักการการจัดการความรู้ ออกเป็น 4 ประการ ดังนี้

1. คนหลากหลายทักษะ หลายวิธีคิดทำงานร่วมกันอย่างสร้างสรรค์

การจัดการความรู้ที่มีพลังต้องทำโดยคนที่มีความรู้พื้นฐานแตกต่างกันมีความเชื่อหรือวิธีคิดแตกต่างกัน (แต่มีจุดรวมพลังคือ เป้าหมายอยู่ทำงานด้วยกัน) ถ้ากลุ่มที่ดำเนินการจัดการความรู้ประกอบด้วยคนที่คิดเหมือนกัน การจัดการความรู้จะไม่มีพลัง เพราะในการจัดการความรู้แตกต่างกันหลากหลาย (Heterogeneity) มีคุณค่ามากกว่าความเหมือน (Homogeneity)

2. ร่วมกันพัฒนาวิธีทำงานในรูปแบบใหม่ๆ

เพื่อบรรลุประสิทธิผลที่กำหนดไว้หรือฝันว่าจะได้ ในการจัดการสมัยใหม่ ประสิทธิภาพประกอบด้วยองค์ประกอบ 4 ประการ ดังนี้

- 2.1 การตอบสนองความต้องการ (Responsiveness) ซึ่งอาจเป็นความต้องการของ

ลูกค้าความต้องการของสังคม หรือความต้องการที่กำหนดโดยผู้บริหารองค์กร

2.2 นวัตกรรม (Innovation) ซึ่งอาจเป็นนวัตกรรมด้านผลิตภัณฑ์ใหม่ ๆ หรือวิธีการเล่นใหม่ ๆ ก็ได้

2.3 จิตความสามารถ (Competency) ของข้าราชการและขององค์กร

2.4 ประสิทธิภาพ (Efficiency) ในการทำงาน

3. ทดลองและเรียนรู้

เนื่องจากกิจกรรมการจัดการความรู้ เป็นกิจกรรมสร้างสรรค์ ซึ่งหมายความว่าต้องคิดแบบ “หลุดโลก” จึงต้องมีวิธีดึงกลับมาสู่ความเป็นจริงในโลก หรือในสังคมโดยการทดลองทำเพียงเล็กน้อย ซึ่งถ้าล้มเหลวก็ก่อผลเสียหายไม่มากนัก ถ้าได้ผลดี จึงขยายการทดลองเป็นทำมากขึ้น จนในที่สุดขยายเป็นวิธีทำงานแบบใหม่หรือได้ Best Practice ใหม่นั้นเอง

4. นำเอาความรู้จากภายนอกอย่างเหมาะสม

โดยต้องถือว่าความรู้จากภายนอกยังเป็ความรู้ที่ยัง “ดิบ” อยู่ต้องนำมาทำให้ “สุก” ให้พร้อมใช้ในบริบทของเรา โดยการเติมความรู้เชิงบริบทลงไป

กระบวนการการจัดการความรู้

โกศล ศีลธรรม (2546 อ้างในพรธิดา วิเชียรปัญญา, 2547: 53 - 54) แบ่งกระบวนการของการจัดความรู้ออกเป็น 4 กระบวนการ ดังนี้

1. การสร้างและการจัดการความรู้ (Knowledge Creation and Acquisition) เป็นกระบวนการที่ให้ความสำคัญต่อการสร้างนวัตกรรมระยะยาว โดยมุ่งเน้นการพัฒนาความรู้โดยนัยที่ไม่ได้แสดงออกในรูปของเอกสาร แต่องค์การมักกระตุ้นให้บุคลากรสร้างองค์ความรู้โดยส่งเสริมให้มีการแลกเปลี่ยน ความคิดและใช้สารสนเทศทางความรู้

2. การจัดการความรู้และจัดเก็บความรู้ (Knowledge Organization and Storage) เป็นการจัดเก็บความรู้ที่สร้างให้เป็นหมวดหมู่และเก็บลงในฐานข้อมูล

3. การกระจายความรู้ (Knowledge Distribution) โดยการใช้เครื่องมือในการสืบค้นสารสนเทศทางความรู้จากฐานข้อมูลที่จัดเก็บ แล้วกระจายไปสู่หน่วยงานต่างๆเพื่อการใช้งาน

4. การประยุกต์ความรู้ในการใช้งาน (Knowledge Application) เป็นการเชื่อมโยงกิจกรรมหลักต่าง ๆ ผ่านระบบการไหลของงานด้วยระบบเครือข่ายไปยังหน่วยงานต่าง ๆ

บดินทร์ วิจิรัตน์ (2547: 45 - 46) ใช้กระบวนการจัดการความรู้ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

1. Define การกำหนดชนิดขององค์ความรู้ (knowledge) ที่ต้องการเพื่อตอบสนองกลยุทธ์ขององค์กรหรือการปฏิบัติงาน หรือการหาว่าองค์ความรู้หลักๆขององค์กรคืออะไร (Core Competency)

2. Create องค์ความรู้ (knowledge) หรือการค้นหาคำใช้ประโยชน์จากสิ่งที่มีอยู่แล้วด้วยการส่งไปศึกษาเพิ่มเติม การสอนงานภายในองค์กร หรือหากเป็นองค์ความรู้ใหม่ อาจจำเป็นต้องการจากภายนอกองค์กร จากที่ปรึกษา การเรียนรู้จากความสำเร็จของผู้อื่นและการเทียบเคียง (Benchmarking)

3. Capture การเสาะหาและเก็บองค์ความรู้ (knowledge) ในองค์กรให้เป็นระบบทั้งองค์ความรู้ที่มีอยู่ในรูปแบบสื่อต่างๆ (Explicit Knowledge) และในรูปแบบประสบการณ์ (Tacit Knowledge) ให้เป็นทุนความรู้ขององค์กร ซึ่งพร้อมต่อการยกระดับความรู้ และขยายความรู้ได้ทั่วทั้งองค์กรได้โดยง่ายอีกต่อไป

4. Share การแบ่งปัน แลกเปลี่ยน เผยแพร่ กระจายถ่ายโอนความรู้ ซึ่งมีหลายรูปแบบและหลายช่องทาง เช่น การจัดงานสัมมนาและเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกันหรือการถ่ายโอนความรู้ในลักษณะเสมือน (Virtual) ผ่านระบบเครือข่ายคอมพิวเตอร์หรือระบบ E-Learning เป็นต้น

5. Use การใช้ประโยชน์ การนำไปประยุกต์ใช้งาน ก่อให้เกิดประโยชน์และผลสัมฤทธิ์เกิดขึ้น และเกิดเป็นปัญญาปฏิบัติ การขยายผลให้ระดับความรู้และขีดความสามารถในการแข่งขันในองค์กรสูงขึ้น

สุวรรณ เจริญเสาวภาคย์ และคณะ (2548: 48 - 51) แบ่งขั้นตอนหลักของกระบวนการจัดการความรู้ได้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การค้นหาความรู้ (Knowledge Identification) เป็นการค้นหาคำว่าองค์กรมีความรู้อะไรบ้างรูปแบบใด อยู่ที่ใคร และความรู้อะไรบ้างที่องค์กรจำเป็นต้องมี ทำให้องค์กรทราบว่าขาดความรู้อะไรบ้าง หรือการทำแผนที่ความรู้ (Knowledge Mapping) เพื่อหาว่าความรู้ใดมีความสำคัญสำหรับองค์กร และจัดลำดับความสำคัญของความรู้เหล่านั้น เพื่อให้องค์กรวางขอบเขตของการจัดการความรู้และสามารถจัดสรรทรัพยากรได้อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล

ประโยชน์ของแผนที่ความรู้คือ ช่วยให้เห็นภาพรวมของคลังความรู้ขององค์กรทำให้ทราบว่าองค์กรนั้นมีความรู้อะไรบ้างและจะหาความรู้ที่ตนเองต้องการได้ที่ไหน นอกจากนี้ยังใช้เป็นโครงสร้างพื้นฐานทางความรู้ที่องค์กรสามารถใช้เป็นหลักฐานในการต่อยอดขยายความรู้ในเรื่องต่าง ๆ อย่างเป็นระบบ

2. การสร้างและแสวงหาความรู้ (Knowledge Creation and Acquisition) จากแผนที่ความรู้ขององค์กรจะทราบว่ามีความรู้ที่จำเป็นต้องมีอยู่หรือไม่ ถ้ามีแล้วองค์กรก็จะต้องหาวิธีการในการดึงความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่อาจอยู่กระจัดกระจายมารวมไว้เพื่อจัดทำเนื้อหาให้เหมาะสมและตรงกับความต้องการของผู้ใช้ สำหรับความรู้ที่จำเป็นต้องมีแต่ยังไม่มีนั้น องค์กรอาจสร้างความรู้จากความรู้เดิมที่มีอยู่ หรือนำความรู้จากภายนอกองค์กรมาใช้ก็ได้

ปัจจัยที่สำคัญที่ทำให้ขั้นตอนนี้ประสบความสำเร็จคือ บรรยากาศและวัฒนธรรมขององค์กรที่เอื้อให้บุคลากรกระตือรือร้นในการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกันเพื่อใช้ในการสร้างความรู้ใหม่ๆตลอดเวลา นอกจากนี้ระบบสารสนเทศก็มีส่วนช่วยให้บุคลากรสามารถแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากกันได้รวดเร็ว และเสาะแสวงหาความรู้ใหม่ๆจากภายนอกก็ทำได้รวดเร็วยิ่งขึ้น

3. การจัดความรู้ให้เป็นระบบ (Knowledge Organization) เพื่อให้ผู้ใช้สามารถค้นหาและนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ประโยชน์ได้ การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ หมายถึง การจัดทำสารบัญและจัดเก็บความรู้ประเภทต่างๆเพื่อเก็บรวบรวมการค้นหา การนำมาใช้ทำได้ง่ายและรวดเร็ว

4. การประมวลผลและกลั่นกรองความรู้ (Knowledge Codification and Refinement) องค์กรต้องประมวลความรู้ให้อยู่ในรูปแบบและภาษาที่เข้าใจง่ายและใช้ได้ง่าย ซึ่งอาจทำหลายลักษณะ ดังนี้

4.1 การจัดทำหรือปรับปรุงรูปแบบของเอกสารให้เป็นมาตรฐานเดียวกันทั่วทั้งองค์กร

4.2 ป้อนข้อมูล การจัดเก็บ การค้นหาและการใช้ข้อมูลทำได้สะดวกและรวดเร็ว

4.3 การใช้ “ภาษา” เดียวกันทั่วทั้งองค์กรโดยจัดทำคำอภิธานศัพท์ของคำจำกัดความ ความหมายของคำต่างๆของแต่ละหน่วยงานใช้ในการปฏิบัติงาน เพื่อให้มีความเข้าใจตรงกันมีการปรับปรุงให้ทันสมัยตลอดเวลา รวมทั้งต้องให้ผู้ใช้สามารถค้นหาและเปิดใช้ได้อย่างสะดวกรวดเร็ว

4.4 การเรียบเรียง ตัดต่อ และปรับปรุงเนื้อหาให้มีคุณภาพดีในแง่ต่าง ๆ เช่น ครบถ้วน เทียบตรง ทันสมัย สอดคล้องและตรงตามความต้องการของผู้ใช้

5. การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Access) องค์กรต้องมีวิธีการจัดเก็บและกระจายความรู้เพื่อให้ผู้อื่นใช้ประโยชน์ได้ โดยทั่วไปการกระจายความรู้ให้ผู้ใช้มี 2 ลักษณะ ดังนี้

5.1 Push หรือการป้อนความรู้ คือการส่งข้อมูลหรือความรู้ให้ผู้ใช้ โดยผู้รับไม่ต้องร้องขอ เช่น ข่าวสารต่าง ๆ เป็นต้น

5.2 Pull หรือการให้โอกาสเลือกใช้ความรู้ คือ การที่ผู้รับสามารถเลือกรับหรือใช้เฉพาะข้อมูล/ความรู้ที่ต้องการเท่านั้นซึ่งช่วยลดปัญหาการได้รับข้อมูล/ความรู้ที่ไม่ต้องการมากเกินไป องค์กรควรทำให้เกิดความสมดุลระหว่างการกระจายความรู้แบบ Push และ Pull เพื่อประโยชน์สูงสุดแก่ผู้ใช้ข้อมูล / ความรู้

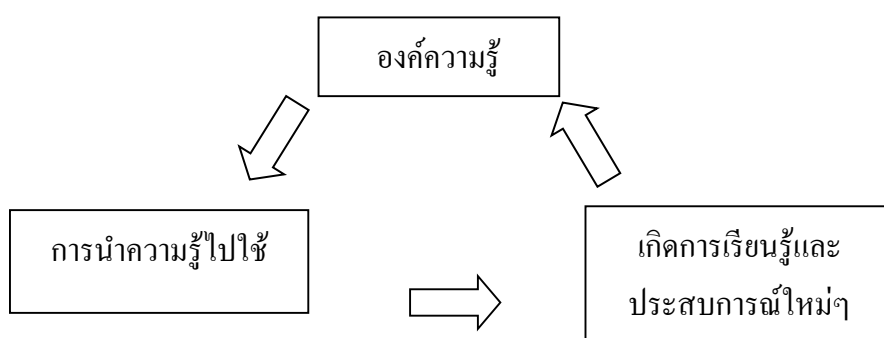
6. การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ ซึ่งการแบ่งปันความรู้ประเภท Explicit วิธีที่นิยม เช่น การจัดทำเอกสาร จัดทำฐานความรู้ หรือการจัดทำสมุดหน้าเหลือง โดยนำเทคโนโลยีสารสนเทศมาใช้ทำ สามารถเข้าถึงความรู้ได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น

ส่วนการแบ่งปันความรู้ประเภท Tacit สามารถทำได้หลายรูปแบบ ขึ้นอยู่กับความต้องการและวัฒนธรรมขององค์กร ส่วนใหญ่มักจะใช้วิธีผสมผสานเพื่อผู้ใช้ข้อมูลสามารถเลือกใช้ได้ตามความสะดวก เช่น ชุมชนแห่งการเรียนรู้ (Community of Practice หรือ Cop) เป็นต้น

7. การเรียนรู้ วัตถุประสงค์ที่สำคัญที่สุดในการจัดการความรู้ คือ การเรียนรู้ของบุคลากรและนำความรู้นั้นไปใช้ประโยชน์ในการตัดสินใจแก้ปัญหาและปรับปรุงองค์กร กล่าวคือ หากองค์กรใดก็ตามถึงแม้จะมีวิธีการในการกำหนด รวบรวม คัดเลือก ถ่ายทอดและแบ่งปันความรู้ที่ดีเพียงใดก็ตาม หากบุคลากรไม่ได้เรียนรู้และนำไปใช้ประโยชน์ก็เป็นการสูญเปล่าของเวลาและทรัพยากรที่ใช้

การเรียนรู้ของบุคลากรจะทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆขึ้น ซึ่งจะไปเพิ่มพูนองค์ความรู้ขององค์กรที่มีอยู่แล้วให้มากขึ้นเรื่อยๆ ความรู้นี้ก็จะถูกนำไปใช้เพื่อสร้างความรู้ใหม่ๆอีกเป็นวงจรที่ไม่มีวันสิ้นสุด ที่เรียนกว่า “วงจรการเรียนรู้” ดังภาพที่ 2.5

ภาพที่ 2.5 วงจรการเรียนรู้



(สุวรรณ เจริญเสาวภาคย์ และคณะ, 2548)

เมธี (2549) ได้บอกวิธีการจัดการความรู้ให้เป็นระบบ ให้บุคลากรสามารถนำความรู้ที่นำมาใช้ทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพได้ ดังนี้

1. การบ่งชี้ความรู้ หน่วยงานต้องสำรวจความรู้ที่บุคลากรจำเป็นต้องใช้เพื่อให้งานบรรลุเป้าหมายโดยการสำรวจว่า เราต้องการความรู้อะไร และที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่
2. การสร้างและแสวงหาความรู้ เมื่อสำรวจแล้วเห็นว่าความรู้ที่มีอยู่ไม่เพียงพอก็ต้องไปแสวงหาเพิ่มเติมให้ได้ครบถ้วนสมบูรณ์ มากที่สุด
3. การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ เมื่อใดความรู้มาเพียงพอแล้วก็นำมาจัดหมวดหมู่ให้ชัดเจนและจัดเก็บไว้ในรูปแบบต่างๆทั้งเอกสาร หนังสือ เทป วีซีดี เป็นต้น
4. การประมวลผลและการกลั่นกรองความรู้ ต้องนำความรู้ที่ได้จัดเก็บเป็นหมวดหมู่ไว้แล้วมาทบทวน กลั่นกรอง ให้มีความทันสมัย
5. การเข้าถึงความรู้ต้องมีการจัดช่องทางเผยแพร่ความรู้ทางช่องต่างๆที่หลากหลาย เพื่อให้บุคคลสามารถเข้าถึงความรู้ได้สะดวกรวดเร็ว และทั่วถึง

6. การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ จัดกิจกรรมให้บุคลากรมีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้เช่น กิจกรรมชุมชนนักปฏิบัติ (Community of Practice หรือ Cop.), การฝึกสอนงาน (Coaching) และระบบพี่เลี้ยงให้คำปรึกษา (Mentoring) เป็นต้น

7. การเรียนรู้ กำหนดให้บุคลากรในองค์กรต้องใช้ KM เข้ามาช่วยในการทำงานเพื่อผลงานที่มีประสิทธิภาพ โดยอาจกำหนดเป็นนโยบายจากผู้บริหารขององค์กรก็ได้

ขั้นตอนต่างๆ ทั้ง 7 ขั้นตอนนี้ เมื่อลงมือปฏิบัติจริงๆ ต้องใช้เวลาพอสมควร โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ 7 เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องจริงจัง นั่นก็คือ บุคลากรทุกคนต้องทำงานโดยมี KM อยู่ในสายเลือด โดยการทำงานที่ต้องใช้องค์ความรู้ที่ถูกต้อง ทันสมัย ครอบคลุมมาประกอบการปฏิบัติราชการในความรับผิดชอบทุกเรื่อง แล้วงานที่ออกมาก็จะเกิดความผิดพลาดน้อยที่สุดหรือไม่เกิดความผิดพลาด

อนุชา เทวราชสมบูรณ์ (2550) ได้แบ่งกระบวนการจัดการความรู้เป็น 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ค้นหาความรู้ (Knowledge Identification) โดยการค้นหาความรู้ที่องค์กรจำเป็นต้องมี และมีการวิเคราะห์แหล่งความรู้ที่มีอยู่นำมาใช้ประโยชน์

2. การสร้างและแสวงหาความรู้ (Knowledge Creation and Acquisition) โดยการสร้างแหล่งต่างๆ ที่กระจัดกระจายทั้งภายใน/ภายนอก เพื่อจัดทำเนื้อหาให้ตรงกับความต้องการ

3. การจัดความรู้ให้เป็นระบบ (Knowledge Organization) โดยการแบ่งชนิดและประเภทของความรู้เพื่อจัดทำระบบให้ง่าย สะดวกต่อการค้นหา และใช้ปฏิบัติงาน

4. การประมวลและกลั่นกรองความรู้ (Knowledge Codification and Refinement) โดยการจัดรูปแบบและ “ภาษา” ให้เป็นมาตรฐานเดียวกันทั่วทั้งองค์กร ปรับปรุง เรียบเรียงเนื้อหาให้ทันสมัยและตรงกับความต้องการ

5. การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Access) โดยใช้ความสามารถในการเข้าถึงความรู้ได้อย่างสะดวก รวดเร็ว ในเวลาที่ต้องการ

6. การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ (Knowledge Sharing) โดยจัดทำเอกสาร ฐานความรู้ ชุมชนนักปฏิบัติ ระบบพี่เลี้ยง (Mentoring) และการสับเปลี่ยนงาน (Job Relation)

7. การเรียนรู้ (Learning) โดยนำความรู้ไปใช้ในการตัดสินใจ แก้ปัญหาและปรับปรุงองค์กร

บัณฑิต นิตโรจน์ (2550: 43) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบการจัดการความรู้เพื่อเสริมสร้างสมรรถนะการสอนของนักศึกษาครู ในกระบวนการวิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการของการจัดการความรู้เพื่อพัฒนาเป็นรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบการจัดการความรู้ ตามขั้นตอน PPCA ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 ที่มาของรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบการจัดการความรู้ตามขั้นตอน PPCA

รูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ การจัดการความรู้ตามขั้นตอน PPCA	หลักการและกระบวนการจัดการความรู้
P : Problem Identification กำหนดปัญหา/สิ่งที่ต้องการเรียนรู้	การกำหนดความรู้ที่ต้องการ (Knowledge Identification) เป็นการกำหนดสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ และต้องการทำให้สำเร็จ โดยการกำหนดวัตถุประสงค์ การลดระยะเวลาในการพัฒนาความเป็นเลิศของสิ่งที่ต้องการสู่การปฏิบัติ
P : Plan การวางแผนและการกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้	กระบวนการเปลี่ยนแปลงการดำเนินงานให้บรรลุวัตถุประสงค์ของการจัดการความรู้ ดังนี้ กระบวนการเตรียมการและวางแผนดำเนินการ ตรวจสอบ ปรับปรุงแก้ไข
C : Co-Create การสร้างความรู้	การสร้างและแสวงหาความรู้ (Knowledge Creation and Acquisition) คือ การสร้างสรรค์ความรู้ให้เกิดขึ้นในแต่ละบุคคล โดยผ่านการผลักดัน การหยั่งรู้ และความเข้าใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่งอย่างลึกซึ้ง ซึ่งทุกคนสามารถเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่ๆ เช่น การคิดค้นผลิตภัณฑ์ชนิดใหม่ นวัตกรรมใหม่ๆ ให้กับองค์กรได้
A : Apply การนำเสนอและนำความรู้ไปใช้	การนำความรู้ไปใช้ (Knowledge Utilization) คือ การใช้ความรู้ มีการประยุกต์ใช้ความรู้ในกิจกรรมต่างๆ อย่างไรบ้าง ผลของการประยุกต์ใช้ความรู้เป็นอย่างไรบ้าง

(บัณฑิต นัฏวิโรจน์ 2550: 43)

สำหรับขั้นตอนหลักของการดำเนินการตามรูปแบบการจัดการความรู้ (KLM)(บัณฑิต นัฏวิโรจน์, 2550: 184) มี 4 ขั้นตอน (PPCA) ได้แก่ กำหนดปัญหา/สิ่งที่ต้องการเรียนรู้ (P: Problem Identification) การวางแผนและการกำหนดเป้าหมายการเรียนรู้ (P: Plan) การสร้างความรู้ (C: Co-Create) การนำเสนอและนำความรู้ไปใช้ (A: Apply) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของรูปแบบการจัดการความรู้ตามขั้นตอน PPCA เป็นดังนี้

P: Problem ผู้สอนนำเสนอประเด็นการเรียนรู้ตามคำอธิบายรายวิชาหรือหน่วยการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้เตรียมการออกแบบกระบวนการเรียนรู้ด้วยตนเอง กลุ่มและเตรียมศึกษาค้นคว้าจากแหล่งเรียนรู้ภายนอก

P: Plan ผู้เรียนร่วมกันวางแผนและตั้งเป้าหมายการเรียนรู้ร่วมกันของสมาชิกในกลุ่ม เพื่อแสวงหาวิธีการเรียนรู้และแก้ปัญหาให้สอดคล้องกับเวลา กิจกรรมที่ผู้สอนกำหนด คือการสร้างและแสวงหาความรู้ การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ

C: Co-Create เป็นการสร้างความรู้ของผู้เรียนด้วยตนเองและกลุ่ม โดยการใช้กระบวนการจัดการความรู้ ซึ่งผู้สอนสามารถเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ของการจัดการความรู้ได้ตามความเหมาะสมของเนื้อหาและกิจกรรม โดยประเด็นตามหลักการจัดการความรู้มีดังนี้ การแลกเปลี่ยนเรียนรู้จากความรู้ที่มีอยู่ในตัวผู้เรียน (Tacit Knowledge) และความรู้ภายนอกตัวผู้เรียน (Explicit Knowledge) ด้วยวิธีการต่างๆ ดังนี้ 1) การแบ่งปันและการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ด้วยเทคนิคการเล่าเรื่อง

(Storytelling) 2) การประมวลและกลั่นกรองความรู้ (Knowledge Assets) 3) การสังเคราะห์ความรู้ให้เป็นแก่นความรู้ (Core Competence) ของกลุ่มและของตนเอง

A: Apply ผู้เรียนนำเสนอและ/หรือ นำความรู้ไปใช้ เพื่อเป็นการแสดงความรู้ของตนเองหรือกลุ่ม จากการพัฒนาตนเองด้วยกระบวนการจัดการความรู้ที่ผ่านมาทั้ง 3 ขั้นตอน โดยขั้นตอนนี้อาจมีการขายความรู้ที่ได้ให้แก่สมาชิกที่ร่วมกิจกรรมทั้งห้องเรียนในแต่ละครั้ง เช่น การจัดทำแผนที่มโนทัศน์ การจัดนิทรรศการ การจัดทำป้านิทรรศการ รวมทั้งการลงมือปฏิบัติจริง

อัญญาณี คล้ายสุบรรณ (2550: 97) จำแนกกระบวนการพื้นฐานในการจัดการความรู้ซึ่งประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน ดังนี้

1. การแสวงหาความรู้ เป็นการแสวงหาความรู้ทั้งที่เป็นการหยั่งรู้เอง ทักยะและปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ผู้มีประสบการณ์สูง จะมองเห็นแนวโน้มหรือทิศทางของความต้องการใช้ความรู้ด้านต่างๆ แล้ววางแผนและดำเนินการที่จะจัดควมรู้นั้น ๆ มา โดยอาศัยเทคโนโลยีสารสนเทศประเภทต่างๆ เป็นเครื่องมือช่วยประสานและอำนวยความสะดวก

2. การแลกเปลี่ยนแบ่งปันความรู้ เป็นการเผยแพร่และกระจายความรู้ในเรื่องต่าง ๆ ในกรณี การเรียนรู้จากผู้เชี่ยวชาญ จะช่วยนักจัดการความรู้มือใหม่ ผ่านเครือข่ายการสื่อสารความรู้รูปแบบต่างๆ

3. การใช้ประโยชน์ความรู้ การเรียนรู้และบูรณาการอยู่ในองค์กร มีอะไรอยู่ในองค์กร สมาชิกองค์กรสามารถรับรู้ และประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ๆ ได้ตลอดเวลา ทั้งการแลกเปลี่ยนแบ่งปันความรู้ และการใช้ประโยชน์ความรู้ จะเกิดขึ้นในเวลาเดียวกัน

อนรุฐ ไทยตรงและคณะ (2551) กล่าวว่า กระบวนการจัดการความรู้ (Knowledge Management) เป็นกระบวนการที่จะช่วยให้เกิดพัฒนาการของความรู้ หรือการจัดการความรู้ที่จะเกิดขึ้นภายในองค์กร มีทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การบ่งชี้ความรู้ เป็นการพิจารณาว่าองค์กรมีวิสัยทัศน์ พันธกิจ ยุทธศาสตร์และเป้าหมายคืออะไร และเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย เราจำเป็นต้องใช้อะไร ขณะที่เรามีความรู้อะไรบ้างอยู่ในรูปแบบใด อยู่ที่ใคร

2. การสร้างและแสวงหาความรู้ เช่นการสร้างความรู้ใหม่ แสวงหาความรู้จากภายนอก รักษาความรู้เก่า กำจัดความรู้ที่ไม่ได้ใช้แล้ว

3. การจัดความรู้ให้เป็นระบบ เป็นการวางโครงสร้างความรู้ เพื่อเตรียมพร้อมสำหรับการเก็บความรู้อย่างเป็นระบบในอนาคต

4. การประมวลและกลั่นกรองความรู้ เช่น ปรับปรุงรูปแบบเอกสารให้เป็นมาตรฐานใช้ภาษาเดียวกัน ปรับปรุงเนื้อหาให้สมบูรณ์

5. การเข้าถึงความรู้ เป็นการทำให้ผู้ใช้ความรู้เข้าถึงความรู้ที่ต้องการได้ง่ายและสะดวก เช่น ระบบเทคโนโลยีสารสนเทศ (IT) Web board บอร์ดประชาสัมพันธ์ เป็นต้น

6. การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ ทำได้หลายวิธีการ โดยกรณีเป็น Explicit Knowledge อาจจัดทำเป็นเอกสาร ฐานความรู้ เทคโนโลยีสารสนเทศ หรือกรณีเป็น Tacit Knowledge จัดทำเป็นระบบ ทีมข้ามสายงาน กิจกรรมกลุ่มคุณภาพและนวัตกรรม ชุมชนแห่งการเรียนรู้ ระบบพี่เลี้ยง การสับเปลี่ยนงาน การยืมตัว เวทีแลกเปลี่ยนความรู้ เป็นต้น

7. การเรียนรู้ ควรทำให้การเรียนรู้เป็นส่วนหนึ่งของงาน เช่นเกิดระบบการเรียนรู้จากองค์กรความรู้ การนำความรู้ไปใช้เกิดการเรียนรู้และประสบการณ์ใหม่ และหมุนเวียนต่อไปอย่างต่อเนื่อง

วิทยา เสวตร (2553: 87 - 89) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การจัดกระบวนการเรียนรู้ เศรษฐศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กรณีปัญหาที่มีความรู้ความสามารถในแต่ละด้านที่เกี่ยวข้องกับการเรียนในเศรษฐศาสตร์ ซึ่งเป็นบุคคลที่ประสบผลสำเร็จในการดำเนินชีวิตของตนเองและเป็นบุคคลที่ทุกคนในชุมชนให้ความรักและยกย่องกิจกรรมการเรียนรู้จะแบ่งออกเป็น 4 ฐานการเรียนรู้ที่มีอยู่จริงในชุมชนของนักเรียนเองโดยจะมีกรณีปัญหาประจำฐานที่จัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนพหุชมภูมิพิสัย โดยใช้แนวคิดการจัดการเรียนรู้ตามขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์ในแต่ละฐาน ดังนี้ 1) ขั้นถอดความรู้ฝังลึก 2) ขั้นสกัดขุมความรู้ 3) ขั้นสังเคราะห์แก่นความรู้ และ 4) ขั้นสรุปบทเรียน

สิริสรณ์ ลิทธิรินทร์ (2554: 57 - 58) ทำการวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และแรงจูงใจในการแลกเปลี่ยนความรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้สำหรับการสอนโดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็นแรงจูงใจในการแลกเปลี่ยนความรู้ 7 ขั้นตอน ดังนี้ 1) การค้นหาความรู้ / การบ่งชี้ความรู้ 2) การสร้างและแสวงหาความรู้ 3) การจัดความรู้ให้เป็นระบบ 4) การประมวลผลและกลั่นกรองความรู้ 5) การเข้าถึงความรู้ 6) การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ และ 7) การเรียนรู้

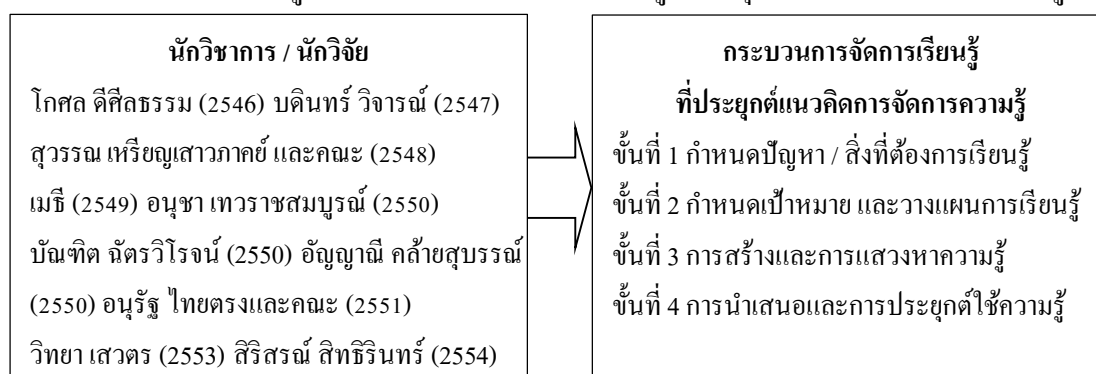
จากเอกสารต่าง ๆ ที่รวบรวมมา ผู้วิจัยได้จัดทำตารางเพื่อสังเคราะห์รูปแบบ กระบวนการจัดการเรียนรู้ ดังตารางที่ 2.4 จะพบว่าขั้นตอนของกระบวนการจัดการความรู้ตามทัศนะของนักวิชาการต่าง ๆ จำแนกได้ตั้งแต่ 4 ถึง 7 ขั้นตอน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับรายละเอียดในการดำเนินการ

ตารางที่ 2.4 การสังเคราะห์รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้

นักวิชาการ/นักวิจัย	1. การค้นหาความรู้/การป้อนความรู้	2. การสร้างและแสวงหาความรู้	3. การจัดความรู้ให้เป็นระบบ	4. การประมวลผลและกลั่นกรองความรู้	5. การเข้าถึงความรู้	6. การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้	7. การเรียนรู้
โกศล ดิษฐ์ธรรม (2546)	✓	-	✓	✓	✓	-	-
บดินทร์ วิจารณ์ (2547)	✓	✓	✓	✓	✓	-	-
สุวรรณ เจริญเสาวภาคย์ และคณะ (2548)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
เมธี (2549)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
อนุชา เทวราชสมบูรณ์ (2550)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
บัณฑิต นัฏวิโรจน์ (2550)	-	✓	-	✓	-	✓	✓
อัญญาณี คล้ายสุบรรณ์ (2550)	-	✓	-	✓	-	✓	-
อนุรัฐ ไทยตรงและคณะ (2551)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
วิทยา เสวตร (2553)	✓	✓	-	✓	✓	-	-
สิริสรณ์ สิทธิรินทร์ (2554)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

จากตารางที่ 2.4 ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้ ได้ดังภาพที่ 2.6

ภาพที่ 2.6 การสังเคราะห์รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้



ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยทำการสังเคราะห์วิธีการสอนคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้แนวคิดการจัดการความรู้ โดยนำวิธีการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการสังเคราะห์รูปแบบ

กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้ มากำหนดเป็นวิธีการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้เพื่อใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 การสังเคราะห์วิธีการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์แนวคิดการจัดการความรู้

วิธีการสอน แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	ผลการสังเคราะห์ รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แนวคิดการจัดการความรู้	
	กระบวนการจัดการเรียนรู้	ตัวอย่างกิจกรรม
1. ทำความเข้าใจ ปัญหา	ขั้นที่ 1 การกำหนดปัญหา / สิ่งที่ต้องการเรียนรู้ 1.1 วิเคราะห์ปัญหาการเรียนรู้อย่างตนเอง	1.1.1 วิเคราะห์ว่ามีปัญหาการเรียนรู้อยู่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในเรื่องใด อย่างไรและเพราะเหตุใด 1.1.2 ระดมกลุ่มสมาชิกเพื่อตอบคำถามในการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิต การคูณ การหาร สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น และเงินว่ามีสิ่งใดบ้างที่นักเรียนยังไม่สามารถทำได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และเหตุผลใดที่ไม่สามารถทำได้ เพราะอะไร 1.1.3 ให้เพื่อนที่เรียนเก่ง และประสบความสำเร็จในการเรียนมาแล้วเทคนิคและวิธีการในการเรียนรู้รวมทั้งวิธีแก้โจทย์ปัญหาในแต่ละเนื้อหาการเรียนรู้อย่าง
	1.2 สรุปปัญหาการเรียนรู้อย่าง / สิ่งที่ต้องการพัฒนา	1.2.1 เขียนสรุปปัญหาการเรียนรู้อย่าง และสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ 1.2.2 นำปัญหาการเรียนรู้อย่างมาตั้งประเด็นสรุปสิ่งที่ต้องการพัฒนาการเรียนรู้อย่าง

ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

วิธีการสอน แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	ผลการสังเคราะห์ รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แนวคิดการจัดการความรู้	
	กระบวนการจัดการเรียนรู้	ตัวอย่างกิจกรรม
2. วางแผนการ แก้ปัญหา	ขั้นที่ 2 กำหนดเป้าหมาย และวางแผนการเรียนรู้ 2.1 กำหนดเป้าหมาย วัตถุประสงค์ที่ต้องการ พัฒนา /เรียนรู้	2.1.1 กำหนดเป้าหมายที่ต้องการแก้ปัญหา เรื่อง เรขาคณิต การคูณ การหาร สถิติและ ความน่าจะเป็นเบื้องต้น และเงิน 2.1.2 สมาชิกระดมความคิดเกี่ยวกับเป้าหมาย และวัตถุประสงค์เพื่อนำมาวางแผนการ เรียนรู้ร่วมกัน
	2.2 วางแผนการแก้ปัญหา / สถานการณ์ ที่ต้องการ เรียนรู้	2.2.1 เขียนสัญญาการเรียน โดยระบุตาม เนื้อหาการเรียนรู้ เรื่อง เรขาคณิต การคูณ การหาร สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น และเงินว่าแต่ละเนื้อหาจะวางแผนการ แก้ปัญหาได้อย่างไรบ้าง 2.2.2 จัดสถานการณ์เกี่ยวกับสิ่งที่ต้องการ เรียนรู้ และสิ่งที่ต้องการพัฒนา
	2.3 ดำเนินการตามแผนการ แก้ปัญหา / สถานการณ์ที่ ต้องการเรียนรู้	2.3.1 กิจกรรมประเมินตนเอง โดยการ ถ่ายทอดความรู้ การแลกเปลี่ยนความรู้ การ สรุปความคิดรวบยอดของความรู้ 2.3.2 เก็บรวบรวมข้อมูล และบันทึกผล
	2.4 ตรวจสอบการ ดำเนินการแก้ปัญหา / สถานการณ์	2.4.1 นักเรียนตรวจสอบประเมินความรู้ด้วย ตนเองในระหว่างและหลังดำเนินการ 2.4.2 สมาชิกร่วมกันตรวจสอบประเมินการ แก้ปัญหา / สถานการณ์จากการเรียนรู้/ สิ่ง ที่ต้องการพัฒนา

ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

วิธีการสอน แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	ผลการสังเคราะห์ รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แนวคิดการจัดการความรู้	
	กระบวนการจัดการเรียนรู้	ตัวอย่างกิจกรรม
	2.5 การปรับปรุงแก้ไขผล การดำเนินการแก้ปัญหา / สถานการณ์	2.5.1 นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล อธิบายสถานการณ์ / เหตุการณ์ 2.5.2 แก้ปัญหาจากผลการดำเนินการเรียนรู้ ให้เป็นไปตามเป้าหมาย
3. ดำเนินการตาม แผน	ขั้นที่ 3 การสร้างและการ แสวงหาความรู้ 3.1 ดำเนินการตามแผน	3.1.1 การถ่ายทอดและรวบรวมความรู้ โดย การจดบันทึกเป็นลายลักษณ์อักษร 3.1.2 การเข้าถึงแหล่งความรู้ การตรวจสอบ ตีความและนำมาสรุป 3.1.3 นำความรู้ที่ได้มาเรียนรู้ร่วมกันเพื่อ นำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่
	3.2 การแลกเปลี่ยน เรียนรู้	3.2.1 แลกเปลี่ยนความรู้จากความรู้เดิมที่มีอยู่ 3.2.2 สมาชิกร่วมกันสร้างความรู้ใหม่ และอภิปรายร่วมกัน 3.2.3 การทบทวนหลังปฏิบัติ/ถอดบทเรียน 3.2.4 กิจกรรมเรื่องเล่าเร้าพลัง เป็นการถอด ความรู้ฝังลึก โดยการมอบหมายให้ผู้เรียน เก่งมาเล่าให้เพื่อนๆ ฟังว่ามีวิธีการอย่างไร ในการแก้ปัญหา / สถานการณ์ 3.2.5 กิจกรรมเวทีเสวนา จัดกลุ่มพูดคุยเพื่อ เอาสิ่งดีๆ ที่แต่ละคนมีอยู่ในตัวเองหรือใน การปฏิบัติออกมา 3.2.6 กิจกรรมเพื่อนช่วยเพื่อน โดยให้ นักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วมาแบ่งปันความรู้ ให้กับสมาชิกในกลุ่ม

ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

วิธีการสอน แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	ผลการสังเคราะห์ รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้แนวคิดการจัดการความรู้	
	กระบวนการจัดการเรียนรู้	ตัวอย่างกิจกรรม
4. ตรวจสอบผล	ขั้นที่ 4 การนำเสนอและ การประยุกต์ใช้ความรู้ 4.1 จัดความรู้ให้เป็นระบบ	4.1.1 ลงมือปฏิบัติเพื่อรวบรวมข้อมูล โดยใช้ทักษะและกระบวนการคณิตศาสตร์ 4.1.2 นำความรู้ทั้งหมดที่รวบรวมมาทำความเข้าใจเพื่อเลือกสิ่งที่สามารถนำไปใช้ 4.1.3 จัดเก็บความรู้ที่สร้างขึ้นมาให้เป็นหมวดหมู่ และประเภท 4.1.4 จัดเก็บความรู้โดยการจัดทำเป็นแผนที่มโนทัศน์ความรู้
	4.2 การนำเสนอความรู้	4.2.1 ใช้เทคนิคการเล่าเรื่องเพื่อเป็นการถ่ายทอดความรู้ 4.2.2 ขยายความรู้ให้กับสมาชิกในห้องเรียน 4.2.3 ขยายผลให้ระดับความรู้ และขีดความสามารถสูงขึ้นโดยการจัดเป็นป้ายนิเทศ
	4.3 การประยุกต์ใช้ความรู้	4.3.1 รวบรวม สรุปความรู้ และเชื่อมโยงความรู้กับการแก้ปัญหา / สถานการณ์ที่ต้องการเรียนรู้ 4.3.2 นำความรู้ไปปรับใช้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา / สถานการณ์ต่าง ๆ 4.3.3 นำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

จากตารางที่ 2.5 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์รูปแบบวิธีการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ใช้แนวคิดการจัดการความรู้ เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ดังภาพที่ 2.7

ภาพที่ 2.7 รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ประยุกต์แนวการจัดการความรู้เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์
และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

รูปแบบกระบวนการจัดการเรียนรู้ ที่ใช้แนวการจัดการเรียนรู้	รูปแบบการจัดการความรู้
ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา / สิ่งที่ต้องการ เรียนรู้	1) กำหนดปัญหา / สิ่งที่ต้องการเรียนรู้โดยการวิเคราะห์ปัญหา การเรียนรู้ของตนเอง และสรุปปัญหาการเรียนรู้ / สิ่ง ที่ต้องการพัฒนา
ขั้นที่ 2 กำหนดเป้าหมาย และวางแผน การเรียนรู้	2) กำหนดเป้าหมาย และวางแผนการเรียนรู้โดยการกำหนด เป้าหมาย วัตถุประสงค์ วางแผนการแก้ปัญหา /สถานการณ์ที่ ต้องการเรียนรู้ดำเนินการตามแผน ตรวจสอบการดำเนินการ และปรับปรุงแก้ไขผลการดำเนินการแก้ปัญหา /สถานการณ์
ขั้นที่ 3 การสร้างและการแสวงหาความรู้	3) การสร้างและการแสวงหาความรู้โดยการดำเนินการตาม แผน การสร้างความรู้ใหม่ และการแลกเปลี่ยนเรียนรู้
ขั้นที่ 4 การนำเสนอและการประยุกต์ใช้ ความรู้	4) การนำเสนอและการประยุกต์ใช้ความรู้โดยการจัดความรู้ ให้เป็นระบบ การนำเสนอความรู้ และการประยุกต์ใช้ความรู้

จากภาพที่ 2.7 กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 นำกระบวนการการจัดการความรู้มาไว้ในขั้นตอนการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้ ร่วมกับวิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้แนวการจัดการความรู้มาประกอบกัน
มี 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา / สิ่งที่ต้องการเรียนรู้

1.1 วิเคราะห์ปัญหาการเรียนรู้ของตนเอง ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการวิเคราะห์ กำหนด
สิ่งที่ต้องการเรียนรู้/ประเด็นการเรียนรู้ และต้องการทำให้สำเร็จ

1.2 สรุปปัญหาการเรียนรู้ / สิ่งที่ต้องการพัฒนา ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการนำผลการ
วิเคราะห์สิ่งที่ต้องการเรียนรู้ / ประเด็นการเรียนรู้มาสรุปเป็นปัญหาการเรียนรู้ / สิ่งที่ต้องการ
พัฒนาการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 กำหนดเป้าหมาย และวางแผนการเรียนรู้

2.1 กำหนดเป้าหมาย วัตถุประสงค์ที่ต้องการพัฒนา /เรียนรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วย
การนำผลการวิเคราะห์สิ่งที่ต้องการเรียนรู้มากำหนดเป็นวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายการเรียนรู้

2.2 วางแผนการแก้ปัญหา /สถานการณ์ที่ต้องการเรียนรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วย
นำเป้าหมายการเรียนรู้มาดำเนินการวางแผนการแก้ปัญหา / สถานการณ์ที่ต้องการเรียนรู้และหา

วิธีการแก้ปัญหาการเรียนรู้ / สิ่งที่ต้องการพัฒนาทั้งนี้อาจกำหนดให้วางแผนอย่างเป็นลายลักษณ์อักษร

2.3 ดำเนินการตามแผนการแก้ปัญหา / สถานการณ์ที่ต้องการเรียนรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยดำเนินการแก้ไขปัญหการเรียนรู้ของตนเองร่วมกับครูตามแผนที่วางไว้

2.4 ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหา / สถานการณ์ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยตรวจสอบผลการดำเนินการแก้ปัญหการเรียนรู้ของตนเองกับเป้าหมายและแผนที่วางไว้ อาจตรวจสอบด้วยตนเอง หรือใช้กลุ่มเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบ

2.5 การปรับปรุงแก้ไขผลการดำเนินการแก้ปัญหา / สถานการณ์ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการนำผลจากการตรวจสอบการดำเนินการเรียนรู้จากวิธีการแก้ปัญหา / สถานการณ์การเรียนรู้ มาปรับปรุงพัฒนาและแก้ไขให้มีความสมบูรณ์

ขั้นที่ 3 การสร้างและการแสวงหาความรู้

3.1 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการสร้างความรู้ใหม่ขึ้น เป็นกระบวนการได้มาซึ่งความรู้ ความรู้จะอยู่ใน 2 รูปแบบ คือ ความรู้ชัดแจ้ง และความรู้ที่ฝังอยู่ในตัวบุคคล ความรู้ที่ถูกสร้างขึ้น จะถูกนำไปใช้ในขั้นตอนการดำเนินการตามแผน

3.2 การแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการขยายความรู้ ความเข้าใจของตนเองให้กว้างขึ้น แบ่งปันความรู้ความเข้าใจของตนเองให้เพื่อน ๆ รับรู้

ขั้นที่ 4 การนำเสนอและการประยุกต์ใช้ความรู้

4.1 จัดความรู้ให้เป็นระบบ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการสรุปความรู้ที่ได้มาทั้งหมดทั้งความรู้เดิมและความรู้ใหม่ และจัดสิ่งที่เรียนรู้ให้เป็นระบบระเบียบ เพื่อให้จดจำสิ่งที่เรียนรู้ได้ง่าย สรุปประเด็นสำคัญ ประกอบด้วยมโนทัศน์หลักและมโนทัศน์ย่อยของความรู้ทั้งหมดนำมาเรียบเรียงให้ได้สาระสำคัญที่ครบถ้วน เข้าใจง่าย

4.2 การนำเสนอความรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยการนำเสนอความรู้โดยการแบ่งปันความรู้จากกระบวนการเรียนรู้ที่ได้ปฏิบัติมา การแสดงผลงานการสร้างความรู้ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ เป็นการตรวจสอบความเข้าใจของตน และส่งเสริมให้ใช้ความคิดสร้างสรรค์เพื่อเป็นการยกระดับความรู้และขีดความสามารถให้สูงขึ้น

4.3 การประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอนนี้ประกอบด้วยนำความรู้ความเข้าใจของตนไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลายเพิ่มความชำนาญ ความเข้าใจ ความสามารถในการแก้ปัญหาและความจำในเรื่องนั้น ๆ เป็นการให้โอกาสได้ใช้ความรู้ให้เป็นประโยชน์และส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์

ตอนที่ 3 มโนทัศน์คณิตศาสตร์

สาระที่กล่าวถึงมโนทัศน์คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์ 2) ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์ 3) ประเภทของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ 4) กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์ 5) การสอนให้เกิดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ และ 6) การวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์รายละเอียดดังนี้

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์

มโนทัศน์มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาละตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) (Gunter Estes and Schwab, 1990: 103) ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนคติ สังกัป หรือความคิดรวบยอด ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กู๊ด (Good, 1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไปหรือเชิงนามธรรม เกี่ยวกับสถานการณ์ กิจกรรมหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

McCown and Roup (1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตหรือการสะสมประสบการณ์โดยมโนทัศน์อาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือเหมือนกันโดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

พรณี ชูทัย (2545: 240 – 241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่น ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดยุทธ์ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือประสบการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2550: 62) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดลักษณะที่เหมือนกันจากประสบการณ์หรือสิ่งของเข้าด้วยกันอย่างมีระเบียบ ทำให้เกิดความคิดหรือประสบการณ์ มโนทัศน์เป็นความคิดหรือความเข้าใจขั้นสุดท้ายที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งในช่วงเวลาหนึ่ง มโนทัศน์เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์มากขึ้นหรือมีวุฒิภาวะเพิ่มขึ้น

ปราณี พรภวิชัยกุล (2549: 27) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากการรู้ การสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล โดยสามารถจัดกลุ่มสิ่งที่เหมือนกันและจำแนกสิ่งที่ต่างกันได้

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพหรือความคิดในสมองที่เป็นตัวแทนของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยคุณสมบัติร่วมที่เป็นลักษณะเฉพาะหรือลักษณะสำคัญของสิ่งนั้น ในสิ่งหรือประเด็นเดียวกันบุคคลอาจมีมโนทัศน์แตกต่างกันก็ได้ เช่น นกเป็นสัตว์มีกระดูกสันหลัง เลือดอุ่น มี 2 เท้า 2 ปีก และมีขนปกคลุมร่างกาย ออกลูกเป็นไข่แล้วฟักเป็นตัว

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ โดยสรุปเป็นความเข้าใจและสามารถทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากกันได้ และยังสามารถจัดสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะร่วมกันเข้าเป็นประเภทเดียวกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

Cooney, Davis and Henderson (1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์คณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Eggen and Kauchak (1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

Schwarz and Hershkowitz (1993: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากการบวนการเรียนรู้ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

Charlesworth (2005: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภท การจำแนกประเภทของข้อมูลโดยนักเรียน

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนโดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่มีความสัมพันธ์ออกจากกันได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ ไว้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่าง ๆ

ความสำคัญของมโนทัศน์

การมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีมีความสำคัญต่อการสร้างองค์ความรู้และการเรียนรู้มโนทัศน์สิ่งใหม่ ซึ่งสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่และนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์นั้นมีความสำคัญ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

De Cecco (1968: 420 – 416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าที่ละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น
2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกใด แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น การพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันเราก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เราทราบว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวางก็เท่ากับการทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูป การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

Cooney, Davis and Henderson (1975: 89 – 90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ดังนี้

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่อง จำนวนตรรกยะ จะสามารถบอกได้ว่า จำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

นาตยา ปีลันธนานนท์ (2542: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหยิบยืมความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้ การสื่อสารทำให้เข้าใจร่วมกับผู้อื่นก็เป็นไปด้วยดี เพราะมีมโนทัศน์ในเรื่องต่าง ๆ สอดคล้องกัน

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58 - 59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น “กรอบต้นแบบ” หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้นเพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า “ข้อสมมติ” หรือการคาดเดาว่า “น่าจะเป็น” สิ่งนั้น/สิ่งนี้ เรื่องนั้น/เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

ชลนภา พลชัย (2548: 19) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์คณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์คณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าหากนักเรียนมีมโนทัศน์คณิตศาสตร์แล้ว จะช่วยให้นักเรียนสามารถให้เหตุผล แก้ปัญหา ค้นพบหลักการ สมบัติ

และความรู้อื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น ทำให้ครูสอนได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ครูยังได้วางแผนทางการจัดการเรียนการสอนให้เกิดมโนทัศน์คณิตศาสตร์นั้น ๆ

ประเภทของมโนทัศน์คณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

Russell (1956: 124 - 125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์คณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่าง ๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วย มโนทัศน์คณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับ การวัดแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้
8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968: 391 – 398) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น
2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนก หรือกาต้มน้ำ

หรือเครื่องหมายกากบาท ($\times$) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลมตัวโอ ในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สถานะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

Gibson (1980: 276) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete Concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ อาทิ บ้าน หนังสือ สุนัข หรือ คุณภาพของวัตถุ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract Concepts) คือ ความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตได้ หรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง อีกนัยหนึ่งก็คือ คำนิยามของมโนทัศน์

Hulse (1980 อ้างถึงใน ปรีชาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534: 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Well Defined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะ โดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Defined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เรารู้สึกว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คณาวินิจฉัย กวาว บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอพรพรรณ (2549: 33) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรมเช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โด่เก๋ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โด่เก๋ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ ที่กล่าวข้างต้นนี้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทได้เช่นเดียวกับมโนทัศน์อื่น ๆ โดยพิจารณาจากลักษณะทั่วไปและลักษณะเฉพาะที่เป็นส่วนประกอบ ลักษณะหรือความสัมพันธ์ที่มีร่วมกันของสิ่งที่ต้องการจำแนก ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นเกิดขึ้นได้จากประสบการณ์ของบุคคลแต่ละบุคคลที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนก

กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์

การที่นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ให้เกิดขึ้นได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Lovell (1966: 12 - 13) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การรับรู้ (Perception)
2. การย่อ (Abstraction)
3. การสรุป (Generalization)

การย่อเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่รวมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้น ๆ นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่รวมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

Ausubel (1968: 517) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเราได้
2. สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมแล้วในโครงสร้างของความคิด

6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่ กับมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน

7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม

8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม มาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

Bell (1981: 108) ได้กล่าวถึง กระบวนการสร้างมโนทัศน์คณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของ หรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ว่าอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นมโนทัศน์คณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่าง ๆ เป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมกับกลุ่มที่ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยม

Gunter, Estes and Schwab (1990: 103 – 119) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนานิทัศน์ให้กับนักเรียน โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุนายการ (Listing) เป็นการระบุนายการหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับนิทัศน์ ซึ่งเป็นขั้นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่อาจจะได้อาจมาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของนิทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งของที่ระบุว่ามีลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งของที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มนิทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสัมพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มนิทัศน์ที่จัดขึ้น

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการ หรือสิ่งของที่ระบุในแต่ละกลุ่มนิทัศน์เดิมนั้นหรือพิจารณากลุ่มนิทัศน์ใหม่ได้

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณากลุ่มนิทัศน์ทั้งหมดและสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล

นาตยา ปิลาธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงแนวทางเพื่อพัฒนานิทัศน์ให้กับนักเรียน ดังนี้

การสอนแบบ Deductive

1. กำหนดนิทัศน์ที่จะสอนและแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของนิทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่าง และไม่ใช่ตัวอย่างของนิทัศน์นี้
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของนิทัศน์นี้
5. ให้นักเรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่านิทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบ Inductive

1. ไม่บอกนิทัศน์และอธิบายความหมายของนิทัศน์นั้นให้นักเรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและตัวอย่างใดที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน
3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้นักเรียนสรุปอธิบายความหมายของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นว่าหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคอง (2546: 14 - 16) กล่าวว่า การสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการคิดของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องวางแผนการสอนอย่างเป็นระบบ โดยอาจสร้างสถานการณ์หรือประเด็นเพื่อให้ผู้เรียนคิดวิเคราะห์และตอบสนอง เพื่อนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์ที่ต้องการ กระบวนการในการสร้างมโนทัศน์จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเข้าใจว่ามโนทัศน์นั้นคืออะไร เกิดขึ้นได้อย่างไร ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นในลักษณะที่ซับซ้อนขึ้น และส่งเสริมให้ผู้เรียนเชื่อมโยงประสบการณ์กับข้อมูลที่มีอยู่ ซึ่งในที่สุดผู้เรียนจะได้มโนทัศน์จากการสร้างความหมายในมโนทัศน์นั้นด้วยตนเอง โมเดลการสร้างมโนทัศน์ของลาสเลย์ และแมทชินสกี ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation)

ขั้นนี้เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่จะสร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ในขั้นนี้ ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้เป็นสิ่งที่ต้องการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง มีสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดที่ควรตัดออก

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping)

ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้ได้ว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูล

ขั้นที่ 3 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding the Category)

จากกลุ่มข้อมูลที่ผู้เรียนจัดได้ในขั้นที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยอาจให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่น ๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่าง ๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรเพิ่มเติม และขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นที่ 4 การสรุปปิด (Closure)

ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ประเภทเดียวกัน เกี่ยวข้องกันอย่างไรหรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่าง ๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือให้สรุปหาความหมายของประเภทที่จัด และสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่าง ๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ทั้งสี่ข้างต้น แสดงให้เห็นถึงกระบวนการที่ค่อยเป็นค่อยไปอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ขั้นแรก จนผู้เรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ในขั้นสุดท้าย ผู้สอนต้องทำงานหนักในการวางแผนและควบคุมสถานการณ์ให้เป็นไปตามแผน ในขณะที่ผู้เรียนต้องใช้ความพยายามในการคิดวิเคราะห์อย่างมีหลักการและเหตุผล เพื่อให้ข้อสรุปที่ได้ถูกต้องและเป็นที่ยอมรับ แต่ผลที่ได้คือ ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในมโนทัศน์ที่ต้องการเรียนรู้ ขั้นตอนทั้งสี่จึงมีประโยชน์มากสำหรับการสร้างมโนทัศน์ใด ๆ

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เกิดขึ้นมาจากการที่นักเรียนได้เรียนรู้ รับประสบการณ์ในมโนทัศน์นั้น ๆ ค่อยเป็นค่อยไปอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ขั้นแรก จนผู้เรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ในขั้นสุดท้าย โดยผ่านกระบวนการรับรู้ สามารถแยกแยะความแตกต่างของมโนทัศน์ และสรุปรวมเป็นลักษณะของมโนทัศน์นั้นได้

การสอนให้เกิดมโนทัศน์คณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นเนื้อหาความรู้ที่มีประโยชน์มาก ถ้าเรียนรู้มโนทัศน์ใดแล้ว ย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้เรื่อย ๆ (สุวิทย์ มูลคำ, 2547: 10) ดังนั้นจึงควรสอนนักเรียนให้เกิดมโนทัศน์ เพื่อจะได้นำไปใช้ประโยชน์ได้ทั้งในการเรียนขั้นสูงขึ้น และในการดำเนินชีวิตประจำวัน ซึ่งนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์คณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

De Cecco (1968 :416 - 418) ได้เสนอว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์นั้น ควรจะปฏิบัติเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว
2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่น ๆ (Dominance of Attributes) ของมโนทัศน์มาเสนอหรือแสดงต่อนักเรียน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย
3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน เขียนบนกระดานดำหรือบอร์ดก็ได้
4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative)
5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็นแล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่ ตัวอย่างใดที่ไม่ใช่
6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถาม และให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่ มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงทั้งตัวอย่างอื่นที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนแล้ว

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบ และให้การเสริมแรงอื่น ๆ

Charles worth (2005: 29 - 34) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่ว ๆ ไป ด้วยโดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอนดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียนอันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดการเรียนการสอนซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อนได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุประสงค์ ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน โดยสื่อต้องเป็นสื่อที่ดี ทำอย่างดีปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้น ๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

Klaus Meier and Ripple (1971: 422 - 423) ได้แนะนำวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้แนะให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะของสิ่งเรานั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแยกแยะลักษณะที่แตกต่างกันได้ ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ได้ง่ายขึ้น

2. การใช้คำที่เหมาะสม การสอนมโนทัศน์ต้องให้นักเรียนใช้คำที่ใช้แทนมโนทัศน์นั้น ครูควรให้นักเรียนสามารถใช้คำที่เหมาะสมกับมโนทัศน์นั้น หรือมโนทัศน์อื่นด้วย

3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน การสอนมโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนทราบพื้นฐาน นิยาม โครงสร้างของมโนทัศน์นั้นเสียตั้งแต่ต้น

4. การพิจารณาการจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง ครูควรเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบให้มากพอที่นักเรียนจะเห็นลักษณะเฉพาะ เพื่อให้เขาสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ได้

5. ส่งเสริมให้นักเรียนต้องการค้นคว้า ครูควรให้นักเรียนมีทั้งความรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาพ้อ ๆ กับกรณีที่เขามีอิสระในการตัดสินใจ และรับผิดชอบสิ่งที่ตนกระทำ

6. จัดให้มีการเรียนการใช้ประโยชน์ ครูควรมีส่วนช่วยเหลือให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

7. ให้นักเรียนรู้จักวัดผลตนเองว่าเข้าใจในความรู้นั้นหรือไม่ถ้าไม่เข้าใจก็จะได้เริ่มต้นใหม่

อัมพร ม้าคนอง (2546: 25 - 26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นตอนการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี

ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ และระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

2. ขั้นตอนการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้

การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถาม และการประเมินระดับการเรียนรู้ของนักเรียน

3. ขั้นตอนการประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังนี้

ลักษณะของมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและที่ไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์ การสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่นและการใช้มโนทัศน์ ตัวอย่างของมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์ ได้แก่ การจำแนกที่เป็นมโนทัศน์และไม่ใช่มโนทัศน์ และเหตุผลที่ใช้จำแนกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ออกจากตัวอย่างที่ไม่ใช่มโนทัศน์

จากการสอนมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การสอนมโนทัศน์คณิตศาสตร์ครูต้องเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับมโนทัศน์คณิตศาสตร์ที่จะสอน แจ้งให้นักเรียนทราบว่าหลังจากที่เรียนมโนทัศน์แล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง การให้ตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งทางบวกและทางลบ ครูควรให้ตัวอย่างมากพอที่นักเรียนสามารถแยกแยะหรือจัดเข้ากลุ่มของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง หลังจากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่ตนเองสรุปให้เพื่อนฟัง เพื่อจะได้วัดผลได้ว่าความเข้าใจของตนเองถูกต้องหรือไม่

การวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์แล้ว หากต้องการทราบว่านักเรียนเรียนรู้อะไรมโนทัศน์มากน้อยเพียงใดนั้น จำเป็นต้องมีการวัดมโนทัศน์ ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

Fredrick and Clumsier (1969: 218 – 244) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้ เช่น การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของรูปสี่เหลี่ยม โดยทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม ศึกษาการพัฒนาของมโนทัศน์เรื่องเรขาคณิตเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 โดยใช้สื่อการสอนและได้พัฒนารูปแบบการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้สรุปได้ว่า ในการวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ จะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์เนื้อหาเหล่านั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ มีดังนี้

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

สมนึก กัททิษณี (2547: 23) ได้เสนอแนวการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

ลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการหรือหัวใจของเรื่องที่เกิดขึ้นหลาย ๆ มโนทัศน์มารวมกันการขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่อง ๆ ใด ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ให้ไกลออกไปจากเดิมหรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้น ๆ (เช่น บทสรุปตอนท้ายของนิทานอีสป)

ลักษณะที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง

คำถามลักษณะนี้ต่างจากลักษณะที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายคือ ลักษณะที่ 1 ถามเกี่ยวกับหลักการของหลายเนื้อหาที่ไม่สัมพันธ์กัน ไม่เป็นชนิดเดียวกันอย่างเดียวกันโดยตรง แต่อยู่ในเครือสกุลเดียวกัน ส่วนลักษณะที่ 2 นี้ ถามเกี่ยวกับหลักการจากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกันและสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและ โครงสร้างที่เป็นตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

จากแนวความคิดดังกล่าวจะเห็นว่าในการวัดมโนทัศน์เป็นการวัดด้านพุทธิพิสัยในระดับความรู้หรือความเข้าใจ ความจำที่วัดได้ใน 2 ลักษณะ คือ การวัดความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและ

การขยายหลักวิชา และการวัดความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างของหลักวิชา ซึ่งจะต้องทำการวิเคราะห์หามโนทัศน์คณิตศาสตร์ในเนื้อหานั้นก่อนแล้วค่อยออกข้อสอบให้สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น และเนื่องจากการวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้น จึงเป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยลักษณะคำถามต้องมีใช้การให้เหตุผลลัพธ์ แต่เป็นการถามถึงข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ และขั้นตอนวิธีคณิตศาสตร์

การวัดมโนทัศน์ หน่วยที่ 1 เรขาคณิต

1.1 มุม มุมเกิดจากรังสีของเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกันเรียกรังสีสองเส้นนี้ว่า แขนของมุมการเรียกชื่อมุมจะเรียกโดยใช้ชื่อจุด 3 จุดที่อยู่บนรังสีตัวอักษรที่เป็นจุดพบกันของรังสีทั้งสองจะเป็นชื่อของจุดยอดมุม

1.2 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและเส้นทแยงมุม รูปปิดที่มีด้าน 4 ด้านและมีมุมภายในทุกมุมเป็นมุมฉาก (90 องศา) เรียกว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเส้นทแยงมุมเป็นส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดมุมที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยม

1.3 ส่วนของระนาบและเส้นขนาน พื้นที่ของสิ่งของใดที่มีลักษณะแบนและเรียบเรียกว่าระนาบและถ้าต่อส่วนของระนาบออกไปเรื่อยๆทุกทิศทางจะยังมีผิวแบนและเรียบอยู่บนระนาบถ้าลากเส้นตรงหรือส่วนของเส้นตรงสองเส้นใด ๆ และวัดระยะทางห่างเท่ากันเราจะกล่าวว่าเส้นตรงสองเส้นนั้นขนานกัน

1.4 รูปวงกลม รูปวงกลมคือรูปที่มีจุดทุกจุดบนขอบของรูปห่างจากจุดคงที่เป็นระยะทางเท่ากัน เรียกจุดคงที่ว่า จุดศูนย์กลาง เรียกระยะคงที่ว่า รัศมี ส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางและมีจุดปลายทั้งสองข้างอยู่บนขอบของรูป เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลางและเรียกขอบของรูปว่า เส้นรอบวงของรูปวงกลม

1.5 รูปสมมาตร รูปสมมาตรคือรูปที่เมื่อพับครึ่งแล้วแต่ละข้างของรอยพับจะทับกันได้สนิทพอดีและเรียกรอยพับนี้ว่า แกนสมมาตร รูปเรขาคณิตบางรูปมีแกนสมมาตรได้มากกว่า 1 แกน

1.6 การประดิษฐ์ลวดลายโดยใช้รูปเรขาคณิต รูปเรขาคณิต และการประดิษฐ์ลวดลายต่าง ๆ ได้แก่ รูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม รูปหลายเหลี่ยม รูปวงกลม ฯลฯ สามารถนำมาประกอบเป็นภาพได้ โดยใช้เพียงบางส่วนของรูปเรขาคณิต และการประดิษฐ์ลวดลายมาประดิษฐ์เป็นลวดลายที่สวยงามและสร้างสรรค์ได้

การวัดมโนทัศน์ หน่วยที่ 2 การคูณ

2.1 การดำเนินการของจำนวน การคูณคือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง การคูณเป็นหนึ่งในสี่ของการดำเนินการพื้นฐานของเลขคณิตมูลฐาน (การบวก การลบ การคูณ และการหาร)

2.2 การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหลายหลัก การคูณจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหลายหลัก ทำได้โดยนำจำนวนที่มีหนึ่งหลัก มาคูณกับจำนวนที่มีหลายหลัก โดยคูณจำนวนในหลักหน่วยก่อน แล้วจึงคูณจำนวนในหลักถัดไปทางซ้ายมือตามลำดับ

2.3 การคูณจำนวนที่มีมากกว่าหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีสองหลัก การคูณจำนวนที่มีหลายหลักสองจำนวน อาจอาศัยการกระจายจำนวนหนึ่งตามค่าประจำหลัก แล้วนำจำนวนในแต่ละหลักไปคูณกับอีกจำนวนหนึ่ง จากนั้นจึงนำผลคูณที่ได้มาบวกกัน

2.4 การคูณจำนวนที่มีมากกว่าสองหลักกับจำนวนที่มีมากกว่าสามหลัก การคูณจำนวนที่มีมากกว่าสองหลักกับจำนวนที่มีมากกว่าสามหลักสามารถหาคำตอบได้โดยวิธีตั้งคูณ หรือวิธีแจกแจงหาผลคูณด้วยการกระจายตัวคูณ แล้วนำตัวตั้งมาคูณกับตัวคูณทีละหลักแล้วนำผลที่ได้ทุกจำนวนมาบวกกัน

2.5 โจทย์ปัญหาการคูณ การแก้โจทย์ปัญหาการคูณต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจ แยกแยะให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไร ถามอะไร แล้วคิดวิธีหาคำตอบโดยเขียนประโยคสัญลักษณ์ก่อน แล้วจึงคำนวณหาคำตอบ

การวัดมโนทัศน์ หน่วยที่ 3 การหาร

3.1 การดำเนินการของจำนวน การหารคือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง การหารเป็นหนึ่งในสี่ของการดำเนินการพื้นฐานของเลขคณิตมูลฐาน (การบวก การลบ การคูณ และการหาร)

3.2 การหารที่มีตัวหารหนึ่งหลัก การหาผลหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนที่มีหลายหลักและตัวหารเป็นจำนวนที่มีหนึ่งหลัก สามารถหาคำตอบได้โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร ตั้งหารโดยการประมาณผลลัพธ์หรือใช้การตั้งหาร โดยวิธีการหารทีละหลัก

3.3 การหารที่มีตัวหารสองหลัก การหารที่มีตัวหารสองหลักผลหารเป็นจำนวนที่มีไม่เกินสองหลักคำนวณคำตอบ โดยใช้วิธีเดียวกันกับการหารที่ตัวตั้งเป็นจำนวนที่มีหลายหลัก และตัวหารมีหนึ่งหลัก

3.4 การหารที่มีตัวหารสามหลัก การหารที่ตัวหารมีสามหลักและผลหารไม่เกินสามหลักใช้หลักการเดียวกันกับการหารที่มีตัวหารเป็นจำนวนที่มีสองหลัก

3.5 โจทย์ปัญหาการหาร การแก้โจทย์ปัญหาการหารต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจคิดหาวิธีแก้โจทย์ก่อนเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วจึงคำนวณหาคำตอบ

การวัดมโนทัศน์ หน่วยที่ 4 สถิติและความน่าจะเป็นเบื้องต้น

4.1 การรวบรวมข้อมูล ข้อมูลเป็นข้อเท็จจริงหรือหลักฐานที่นำมาใช้ในการสืบหาความจริง หรือใช้ในการคำนวณ การสำรวจและการจดบันทึกเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลวิธีหนึ่ง เมื่อเก็บข้อมูลได้แล้วจะต้องนำข้อมูลมาจำแนกและจัดหมวดหมู่

4.2 แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิรูปภาพเป็นการแสดงจำนวนของสิ่งต่างๆด้วยรูปภาพ ซึ่งพบเห็นทั่วไปในชีวิตจริงจึงจำเป็นต้องศึกษารายละเอียดของแผนภูมิ

4.3 แผนภูมิแท่ง แผนภูมิแท่งเป็นการแสดงจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ด้วยแท่งสี่เหลี่ยม ซึ่งพบเห็นทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

4.4 การเขียนแผนภูมิรูปภาพและแผนภูมิแท่ง การเขียนแผนภูมิรูปภาพจะต้องกำหนดรูปภาพแทนจำนวนของสิ่งต่างๆโดยรูปภาพที่เหมือนกันและมีขนาดเท่ากันส่วนการเขียนแผนภูมิแท่งจะใช้แท่งสี่เหลี่ยมมุมฉากแสดงจำนวนของสิ่งต่างๆโดยแต่ละแท่งต้องกว้างเท่ากันและเริ่มต้นที่ระดับเดียวกัน การเขียนแผนภูมิรูปภาพ จะต้องกำหนดให้รูป 1 รูป แทนจำนวนสิ่งของเท่าใด โดยทุกรูปที่ใช้ต้องมีขนาดเท่ากัน การเขียนแผนภูมิแท่ง ต้องมีแกนตั้งและแกนนอน เพื่อแสดงจำนวนและข้อมูล แท่งสี่เหลี่ยมที่เขียนต้องกว้างเท่ากัน

4.5 การอ่านตารางข้อมูล ตาราง เป็นการแสดงข้อมูลในรูปตาราง ซึ่งเป็นการจัดข้อมูลให้เป็นระเบียบ สามารถดูรายละเอียดและเปรียบเทียบได้ง่าย สิ่งต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กับจำนวน สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ในรูปตารางซึ่งให้อ่านและเปรียบเทียบได้ง่ายขึ้น

การวัดมโนทัศน์ หน่วยที่ 5 เงิน

5.1 การเขียนจำนวนเงินโดยใช้จุดและการอ่าน ในชีวิตประจำวันเราต้องใช้เงินเพื่อซื้อสิ่งต่าง ๆ ในปัจจุบันเงินไทยมี 2 ชนิดคือธนบัตรและเงินเหรียญ การเขียนจำนวนเงินอาจเขียนโดยใช้จุดคั่นระหว่างจำนวนเงินที่มีหน่วยเป็นสตางค์

5.2 การเปรียบเทียบจำนวนเงิน ธนบัตรและเงินเหรียญมีความสัมพันธ์กันและสามารถเปรียบเทียบค่ากันได้ อาจเปรียบเทียบธนบัตรกับธนบัตรเงินเหรียญกับเงินเหรียญเงินเหรียญกับธนบัตรหรือกลุ่มของเงินกับกลุ่มของเงิน โดยเปรียบเทียบภายใน 2 หน่วยหรือหน่วยเดียวกัน การเปรียบเทียบจำนวนเงินให้เปรียบเทียบค่าของเงินในหน่วยบาทก่อน ถ้าค่าของเงินในหน่วยบาทเท่ากัน จึงเปรียบเทียบค่าของเงินในหน่วยสตางค์ต่อไป

5.3 การแลกเงิน ธนบัตรและเงินเหรียญมีความสัมพันธ์กันสามารถแลกเปลี่ยนกันได้ เมื่อมีค่าของเงินเท่ากัน

5.4 โจทย์ปัญหาและสถานการณ์เกี่ยวกับเงิน การใช้จ่ายเงินบาทหรือสตางค์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันเป็นลักษณะของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผลลัพธ์ของคำตอบจะต้อง

วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในรูปการบวกลบคูณหรือหารแล้วจึงแสดงวิธีทำเพื่อหาคำตอบ การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเงิน เหมือนการแก้โจทย์ปัญหาทั่วไป ต้องวิเคราะห์โจทย์ปัญหา โดยอ่านโจทย์ให้เข้าใจ รู้ว่าโจทย์กำหนดอะไร โจทย์ถามอะไร แล้วต้องแก้โจทย์ด้วยวิธีใด จากนั้นจึงแสดงวิธีทำ

5.5 บันทึกการรับ – รายจ่าย บันทึกการรับรายจ่ายจัดทำขึ้นเพื่อให้ทราบรายรับและรายจ่ายและวางแผนการใช้จ่ายอย่างคุ้มค่า

ตอนที่ 4 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สาระที่กล่าวถึงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 1) ความหมายของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 2) การจัดทำแผนการเรียนรู้ 3) รูปแบบของแผนการจัดการเรียนรู้ และ 4) ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ รายละเอียดดังนี้

ความหมายของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การเตรียมวางแผนเพื่อดำเนินการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบ โดยการนำสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังมาสร้างหน่วยการเรียนรู้ คำอธิบายวิชาและกระบวนการเรียนรู้ โดยการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปตามศักยภาพของผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552: 75)

แผนการจัดการเรียนรู้ เป็นการจัดโปรแกรมการสอนของวิชาใดวิชาหนึ่งไว้ล่วงหน้า เพื่อให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้(กรมวิชาการ, 2545: 11) อ้างถึงในเสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 45)

แผนการจัดการเรียนรู้ คือ แผนการหรือโครงการที่จัดทำไว้เป็นลายลักษณ์อักษร เพื่อการปฏิบัติการสอนในวิชาหนึ่ง เป็นการเตรียมการสอนอย่างมีระบบ และเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูพัฒนาการจัดการเรียนการสอน ไปสู่จุดมุ่งหมายการเรียนรู้และจุดมุ่งหมายของหลักสูตรอย่างมีประสิทธิภาพ (รุจิรัฐ ภู่อาระ, 2545: 31 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 45)

แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึงการนำวิชาหรือกลุ่มประสบการณ์ที่จะต้องทำแผนการจัดการเรียนรู้ตลอดภาคเรียนมาสร้างเป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การจัดกิจกรรม การเรียนรู้ การใช้สื่อ อุปกรณ์การจัดการเรียนรู้ และการวัดผลประเมินผล โดยจัดเนื้อหาสาระและจุดประสงค์การเรียนรู้ย่อยๆ ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์หรือจุดเน้นของหลักสูตร สภาพของผู้เรียน ความพร้อมของโรงเรียนในด้านวัสดุอุปกรณ์ และตรงกับชีวิตจริงในห้องเรียน

แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง เป็นแผนซึ่งกำหนดขั้นตอนการสอนที่ครุ มุ่งหวังจะให้ ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาและประสบการณ์หน่วยใดหน่วยหนึ่งตามวัตถุประสงค์ ที่กำหนดไว้ (วิมลรัตน์ สุนทรโรจน์, 2549: 249)

แผนการจัดการเรียนรู้ หมายถึง การวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนล่วงหน้า อย่างเป็นลายลักษณ์อักษรของครูผู้สอน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละครั้ง โดยใช้สื่อและอุปกรณ์การเรียนการสอนให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เนื้อหาเวลา เพื่อ พัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนให้เป็นไปอย่างเต็มตามศักยภาพ (ชวลิต ชูกำแพง, 2551: 93)

การจัดทำแผนการเรียนรู้

ในการจัดทำแผนการเรียนรู้ ผู้สอนมีอิสระในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ของ ตนเอง ซึ่งมีหลายรูปแบบและขึ้นอยู่กับสถานศึกษากำหนด การเลือกรูปแบบแผนการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอนการจัดทำดังนี้ (เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 46)

1. เลือกรูปแบบโดยการนำหน่วยการเรียนรู้ที่กำหนดไว้มาพิจารณาจัดทำแผนการ จัดการเรียนรู้
2. ตั้งชื่อแผนตามสาระการเรียนรู้
3. กำหนดจำนวนเวลา ระบุระดับชั้น
4. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้รายปี/รายภาคที่เลือกไว้ เขียนเป็นจุดประสงค์การเรียนรู้รายวิชา โดยยึดหลักการเขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ของลินน์มอริส ที่ว่าจุดประสงค์การเรียนรู้ต้องบรรยายจุดหมายปลายทาง สะท้อนถึงระดับต่างๆของทักษะที่เกิด ใช้คำกริยาที่เป็นรูปธรรมและใช้ข้อประกอบ 3 ส่วนตามแนวของโรเบิร์ตเมจเจอร์ คือ พฤติกรรม สถานการณ์หรือเงื่อนไขเกณฑ์
5. เลือกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้สัมพันธ์กับสาระการเรียนรู้ หรือ จุดประสงค์ ปลายทางตามธรรมชาติวิชา
6. วิเคราะห์สาระการเรียนรู้เป็นรายละเอียดสำหรับนำไปจัดการเรียนรู้เป็นเนื้อหาใหม่ ของมวลเนื้อหาที่กำหนดไว้จำเป็นต้องสอน
7. กำหนดจุดประสงค์นำทางตามลำดับความยากง่ายของเนื้อหานั้น ๆ
8. เลือกกิจกรรมหรือเทคนิคการสอนที่เหมาะสม
9. เลือกสื่ออุปกรณ์ใช้ประกอบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ที่ เลือกมา เช่น รูปภาพ บัตรคำ วิดีทัศน์
10. บูรณาการเทคนิคและกระบวนการเรียนรู้ รวมทั้งสาระการเรียนรู้อื่น ๆ

11. กำหนดการวัดผลประเมินผล ระหว่างเรียน หลังเรียน โดยใช้วิธีการที่หลากหลาย ตามสภาพจริง การปฏิบัติจริง การทดสอบความรู้ การทำงานกลุ่ม (กรมวิชาการ, 2545: 22 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 45)

รูปแบบของแผนการจัดการเรียนรู้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เสนอลำดับขั้นตอน การสอนคณิตศาสตร์ดังนี้ (เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 46)

1. ขั้นทบทวนความรู้เดิม เป็นขั้นเตรียมความพร้อมของนักเรียนเพื่อเชื่อมโยงความรู้ เดิมที่นักเรียนมีมาก่อนแล้วกับความรู้ใหม่ซึ่งเป็นเรื่องเดียวกันอันจะทำให้ นักเรียนเกิดความเข้าใจ และมีความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆอย่างแจ่มแจ้ง

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่ ขั้นนี้ต้องเลือกใช้วิธีการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาแต่ละบท โดยจัดลำดับขั้นการสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ขั้นใช้ของจริง เป็นขั้นที่ให้ประสบการณ์โดยใช้ของจริงเป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้ เช่น ถ้าสอนจำนวน 5 ก็ใช้ก้อนหิน 5 ก้อน หรือ มะม่วง 5 ผล หรือของจริงอื่น ๆ ตามความ เหมาะสมกับเนื้อหานั้น ๆ

2.2 ขั้นใช้ของจำลองหรือรูปภาพ เป็นขั้นการใช้ของจำลองหรือรูปภาพแทนของ จริงที่ใช้สอนไปแล้วขั้นการใช้ของจริง เช่น แทนที่จะใช้มะม่วง 5 ผล ก็ใช้ภาพมะม่วง 5 ผล แทน ของจริงนั้น ๆ

2.3 ขั้นใช้สัญลักษณ์ ขั้นนี้นักเรียนจะใช้ประสบการณ์เดิมที่ครูให้นักเรียนเห็น นักเรียนทำมาแล้ว คือ ของจริงส้ม 5 ผล ภาพส้ม 5 ผล นำมาใช้เมื่อครูเขียนเป็นประ โยค สัญลักษณ์ จำนวน 5 แทนของจริงและภาพที่มีประสบการณ์มาก่อน

3. ขั้นสรุปนำสู่วิธีคิด ก่อนจะถึงการสรุป ครูต้องตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจเนื้อหาใหม่หรือไม่ ถ้ายังไม่เข้าใจต้องเริ่มสอนใหม่ตั้งแต่ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม เป็นต้นมา หรือเริ่มที่เนื้อหาใหม่ ถ้านักเรียนเข้าใจก็ช่วยกันสรุปหลักเกณฑ์ในการคิดนำไปสู่วิธีคิด เพื่อที่จะนำไปใช้ต่อไปและในการสรุปนั้นควรให้นักเรียนเป็นผู้สรุปเอง โดยครูเป็นผู้ชักถามนำเพื่อ ชี้แนะให้นักเรียนสามารถสรุปหลักเกณฑ์ได้อย่างถูกต้อง

4. ขั้นฝึกทักษะ เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการคำนวณแล้วจึงให้นักเรียนฝึกทักษะจาก แบบเรียนและบัตรงานที่สัมพันธ์กับเนื้อหานั้น หรือใช้เกมคณิตศาสตร์เข้ามาให้นักเรียนเล่นซึ่ง เป็น การทำแบบฝึกหัดชนิดหนึ่งและได้ผลดี เพราะนักเรียนมีความสนุกสนานและได้รับความรู้ไปด้วย ชื่นนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันและใช้ในวิชาอื่นที่เกี่ยวข้องให้นักเรียนได้ปฏิบัติเป็น

เรื่องที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของนักเรียน นำมาเป็นโจทย์แบบฝึกหัดนั้นๆหรือให้ทำกิจกรรมที่นักเรียนประสบอยู่เสมอในชีวิตจริง

5. ขั้นการประเมินผล นำโจทย์เรื่องที่สอนมาทดสอบให้นักเรียนทำ ถ้านักเรียนทำไม่ได้ ครูต้องสอนซ่อมแซมให้ ถ้าทำได้ก็สอนเนื้อหาใหม่เพิ่มเติม

ด้านการวัดผลและประเมินผลนี้เป็นการประเมินผล เพื่อการปรับปรุงการเรียนการสอนให้ผู้สอนประเมินผลเมื่อสอนจบในแต่ละหน่วยย่อย ผู้สอนไม่ควรมุ่งวัดแต่ด้านความรู้เพียงอย่างเดียว ควรวัดให้ครอบคลุมด้านทักษะ/กระบวนการ และด้านคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ด้วยทั้งนี้ต้องวัดให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ที่ได้กำหนดไว้ในหลักสูตร

การวัดผลและการประเมินผลควรใช้วิธีการที่หลากหลายสอดคล้องและเหมาะสมกับการวัตถุประสงค์ของการวัด เช่น การวัดผลเพื่อปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอนและพัฒนาผู้เรียน การวัดผลเพื่อวินิจฉัยจากจุดบกพร่องของผู้เรียน การวัดผลเพื่อตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนการประเมินผลตามสภาพจริง โดยใช้วิธีการสังเกต แฟ้มสะสมงาน โครงการคณิตศาสตร์ การสัมภาษณ์

การวัดและการประเมินผลทางคณิตศาสตร์ควรมุ่งเน้นการวัดสมรรถภาพโดยรวมของผู้เรียนเป็นหลัก และผู้สอนต้องถือว่าการวัดผลประเมินผลเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการจัดการเรียนรู้ อย่างไรก็ตามสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น หัวใจของการวัดผลและการประเมินผล ไม่ใช่อยู่ที่การวัดผลเพื่อประเมินตัดสินได้หรือตกลงของผู้เรียนแต่เพียงอย่างเดียว แต่อยู่ที่การวัดผลเพื่อนำข้อมูลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเต็มตามศักยภาพ (กรมวิชาการ, 2545: 28 - 29 อ้างถึงในเสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 47)

สรุปได้ว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง การวางแผนจัดเตรียมรายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีระบบเป็นลายลักษณ์อักษรไว้ล่วงหน้า และกำหนดแนวทางในการจัดการเรียนการสอนของครู เพื่อถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนสอดคล้องกับเนื้อหาผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง มาตรฐานการเรียนรู้ตามกลุ่มสาระการเรียนรู้กำหนดไว้

ประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การหาประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ หมายถึง การนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปทดลองใช้ (Try out) ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้แล้วนำผลที่ได้มาปรับปรุงเพื่อไปทดลองจริง (Try run) ให้ได้ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2537: 479 - 798 อ้างถึงในเสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 49)

1. เกณฑ์การหาประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เป็นระดับที่ผู้จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะ

พึงพอใจว่า หากแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นั้นก็มีความค่าที่จะนำไปสอนนักเรียนได้เกณฑ์การหาประสิทธิภาพ กำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหมายว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลการทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมดนั้นคือ E_1/E_2 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการต่อประสิทธิภาพของผลลัพธ์

ตัวอย่าง 80/80 หมายความว่าเมื่อจบแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้วผู้เรียนจะสามารถทำแบบฝึกหัดหรือใบงานได้ผลเฉลี่ย 80% และทำแบบทดสอบหลังเรียนได้ผลเฉลี่ย 80%

การที่จะกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 ให้มีค่าเท่าใดนั้น ให้ผู้สอนพิจารณาตามความเข้าใจโดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำมักจะตั้งไว้ 80/80, 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะหรือเจตคติที่จำเป็นจะต้องใช้ระยะเวลาค่อนข้างยาวนาน อาจตั้งไว้ต่ำกว่านี้ เช่น 75/75 เป็นต้น อย่างไรก็ตามไม่ควรตั้งไว้ต่ำจนเกินไป

เผชิญ กิจระกาน (2544: 46 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 50) กล่าวว่า การหาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอน เป็นการนำสื่อไปทดลองใช้กับนักเรียนเป้าหมาย การหาประสิทธิภาพของสื่อ เช่น บทเรียนคอมพิวเตอร์ (CAI) บทเรียนโปรแกรม ชุดการสอน แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แบบฝึกทักษะ เป็นต้น ส่วนมากจะใช้วิธีนี้ ประสิทธิภาพที่วัดผลส่วนใหญ่จะพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัดหรือกระบวนการเรียน หรือแบบทดสอบย่อย โดยแสดงเป็นค่าตัวเลข 2 ตัว เช่น E_1/E_2 - 80/80, E_1/E_2 - 85/85, E_1/E_2 - 90/90 ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของเนื้อหาวิชา นอกจากนี้ยังตั้งเกณฑ์ความคลาดเคลื่อนไว้เท่ากับร้อยละ 2.5 นั่นคือ ถ้าตั้งเกณฑ์ไว้ที่ 90/90 เมื่อคำนวณแล้วค่าที่ถือว่าใช้ได้คือ 87.5/87.5 หรือ 87.5/90 เป็นต้น

เกณฑ์ประสิทธิภาพ (E_1/E_2) มีความหมายแตกต่างกันหลายลักษณะ ในที่นี้จะยกตัวอย่าง $E_1/E_2 = 80/80$

1.1 เกณฑ์ 80/80 ในความหมายที่ 1 ตัวเลข 80 ตัวแรก (E_1) คือนักเรียนทั้งหมดทำแบบฝึกหัด หรือแบบทดสอบย่อยได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80 ถือเป็นประสิทธิภาพกระบวนการส่วน 80 ตัวหลัง (E_2) คือนักเรียนทั้งหมดที่ทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post - test) ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80

1.2 เกณฑ์ 80/80 ในความหมายที่ 2 ตัวเลข 80 ตัวแรก (E_1) คือจำนวนนักเรียนร้อยละ 80 แบบทดสอบหลังเรียน (Post - Test) ได้คะแนนร้อยละ 80 ทุกคน ส่วนตัวเลข 80 ตัวหลัง (E_2) คือนักเรียนทั้งหมดทำแบบทดสอบหลังเรียนครั้งนั้น ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80

1.3 เกณฑ์ 80/80 ในความหมายที่ 3 ตัวเลข 80 ตัวแรก (E_1) คือจำนวนนักเรียนทั้งหมดทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post - test) ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80 ส่วนตัวเลข 80 ตัวหลัง (E_2)

คือคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80 ที่นักเรียนทำเพิ่มขึ้นจากแบบทดสอบหลังเรียน (Post - test) โดยเทียบกับคะแนนที่ทำได้อีก่อนเรียน (Pre - test)

1.4 เกณฑ์ 80/80 ในความหมายที่ 4 ตัวเลข 80 ตัวแรก (E_1) คือจำนวนนักเรียนทั้งหมดทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post - test) ได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 80 ส่วนตัวเลข 80 ตัวหลัง (E_2) หมายถึงนักเรียนทั้งหมดทำแบบทดสอบหลังเรียน (Post - test) แต่ละข้อมีจำนวนร้อยละ 80 (ถ้านักเรียนทำข้อทดสอบข้อใดถูกมีจำนวนนักเรียนไม่ถึงร้อยละ 80 แสดงว่าข้อไม่มีคุณภาพ และชี้ให้เห็นว่าจุดประสงค์ที่ตรงกับข้อนั้นมีความบกพร่อง)

2. ดัชนีประสิทธิผล

เพชัญ กิจระการ และสมนึก ภัททิยธนี (2545: 30 - 36 อ้างถึงใน เสาวนีย์ พลบุญ, 2553: 51) ได้กล่าวถึง ดัชนีประสิทธิผล (Effectiveness Index) ว่าเมื่อมีการประเมินสื่อการสอนที่ผลิตขึ้น เรามักจะดูประสิทธิผลด้านการสอนและการวัดผลทางสื่อที่นั้นตามปกติจะมีประเมินความแตกต่างของคะแนนในสองลักษณะคือ ความแตกต่างของคะแนนการทดสอบก่อนเรียน และคะแนนการทดสอบหลังเรียนตัวเลขที่แสดงถึงความก้าวหน้าในการเรียนของผู้เรียน โดยเทียบกับคะแนนที่เพิ่มขึ้นจากคะแนนการทดสอบก่อนเรียน กับคะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังเรียน และคะแนนเต็ม หรือคะแนนสูงสุด กับคะแนนทดสอบก่อนเรียน

เมื่อมีการประเมินผลทางสื่อที่นั้น โดยทั่วไปแล้วจะเป็นการประเมินความแตกต่างของคะแนนใน 2 ลักษณะคือ ความแตกต่างของคะแนนการทดสอบก่อนเรียน และการทดสอบหลังเรียน หรือเป็นการทดสอบเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ในทางปฏิบัติส่วนมากจะเน้นที่ผลความแตกต่างที่แท้จริง มากกว่าผลของความแตกต่างทางสถิติแต่ในบางกรณีการเปรียบเทียบเพียง 2 ลักษณะก็อาจจะยังไม่พอ เช่น ในกรณีการทดลองใช้สื่อการเรียนการสอนครั้งหนึ่งปรากฏว่ากลุ่มที่ 1 การทดสอบก่อนเรียนได้คะแนน 18% การทดสอบหลังเรียนได้คะแนน 67% และกลุ่มที่ 2 การทดสอบหลังเรียนได้คะแนน 74% ซึ่งเมื่อนำผลการวิเคราะห์ทางสถิติปรากฏว่า คะแนนทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติทั้ง 2 กลุ่ม แต่เมื่อเปรียบเทียบคะแนนการทดสอบหลังเรียนระหว่างกลุ่มทั้งสอง ปรากฏว่ามีความแตกต่างกัน ซึ่งสามารถระบุได้ว่าเกิดขึ้นเพราะสิ่งทดลอง (Treatment) นั้นหรือไม่ เนื่องจากการทดสอบทั้งสองกรณีคะแนนพื้นฐาน (คะแนนทดสอบก่อนเรียน) แตกต่างกันซึ่งจะส่งผลถึงคะแนนการทดสอบหลังเรียนที่จะเพิ่มขึ้นได้สูงสุดแล้วแต่กรณี

ตอนที่ 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แบ่งเป็น 3 ส่วน ดังนี้ 1) งานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการความรู้สู่การสอน 2) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ และ 3) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1) งานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการความรู้สู่การสอน

วิทยา เสวตร (2553: 87 - 89) ทำการศึกษาเรื่อง การจัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ ผลการวิจัยพบว่า 1) ระดับความต้องการการจัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ ของกลุ่มผู้ให้ข้อมูล 5 กลุ่ม ประกอบด้วย กลุ่มที่ 1 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มที่ 2 กลุ่มครู กลุ่มที่ 3 กลุ่มผู้ปกครอง กลุ่มที่ 4 กลุ่มภูมิปัญญา และกลุ่มที่ 5 คณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานโรงเรียน มีความต้องการให้จัดกิจกรรมการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์โดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ และให้นำภูมิปัญญาท้องถิ่นเข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน 2) ผลการจัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์โดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ จากการประเมินความสำเร็จการจัดกิจกรรมฐานการเรียนรู้ประกอบด้วย การถอดความรู้ฝังลึก การสกัดขุมความรู้ การสังเคราะห์แก่นความรู้และการประเมินผล ซึ่งในการประเมินผลการจัดกิจกรรมแต่ละฐานการเรียนรู้มีเครื่องมือในการวัดและประเมินผลได้แก่ แบบสังเกตพฤติกรรม ผลการประเมินในแต่ละฐานการเรียนรู้ ปรากฏว่านักเรียนมีความตั้งใจใฝ่เรียนรู้จากภูมิปัญญา และร่วมแสดงและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างนักเรียนกับเพื่อนในกลุ่ม และนักเรียนกับครูภูมิปัญญาเป็นอย่างดี ทุกคนที่อยู่ในฐานการเรียนรู้ ร่วมอภิปรายและหาข้อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่อย่างกระตือรือร้น ร่วมคิดร่วมทำเพื่อให้เกิดผลงานที่ได้เรียนรู้จากครูภูมิปัญญา และทุกคนให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มอย่างเต็มความสามารถของตนเอง ผลจากการประเมินพฤติกรรมของนักเรียน ทุกคนผ่านเกณฑ์การประเมินร้อยละ 80 ขึ้นไป 3) การจัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์โดยใช้แนวคิดการจัดการความรู้ของนักเรียนที่สอดคล้องกับบริบทและความต้องการของท้องถิ่น ได้มีข้อเสนอแนะว่าในการจัดกระบวนการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์นั้น นักเรียนควรได้เรียนรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลายที่มีอยู่ในท้องถิ่นของตนเอง โดยมีครูภูมิปัญญาที่มีคุณภาพ มีคุณธรรมประจำใจ และเป็นบุคคลที่น้อมนำปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงของพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว ภูมิพลอดุลยเดช มาใช้ในการดำเนินชีวิต โดยให้บุคคลเหล่านี้มีส่วนร่วมในการกิจกรรมการเรียนรู้เศรษฐศาสตร์ให้กับนักเรียน

สิริสรณ์ สิทธิรินทร์ (2554: 57 – 62) ทำการวิจัย เรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และแรงงูใจในการแลกเปลี่ยนความรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเพื่อศึกษาแรงงูใจในการแลกเปลี่ยนความรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรม

การจัดการความรู้ ประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 43 คน โรงเรียนนวมินทราชูทิศ พายัพ จังหวัดเชียงใหม่ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับการสอนโดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบความคิดเห็นแรงจูงใจ ในการแลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติโดยใช้ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องแผนภูมิรูปวงกลมและการเปลี่ยนแปลงทางเรขาคณิตสูงกว่า ก่อนการสอนร้อยละ 52.04 และแรงจูงใจในการแลกเปลี่ยนความรู้ของนักเรียนที่ได้รับการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้กิจกรรมการจัดการความรู้อยู่ในระดับมาก

2) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์

ปยุตฺตา ใจะหนุ่ม (2551: 93 - 97) การพัฒนาเครื่องมือวัดการสร้างมโนทัศน์ ตามโมเดลการสร้างมโนทัศน์ของลาสเลย์และแมทซิงสกี สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์เพื่อ พัฒนาเครื่องมือวัดการสร้างมโนทัศน์ ตามโมเดลการสร้างมโนทัศน์ของลาสเลย์ และแมทซิงสกี สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เพื่อหาคุณภาพด้านความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง ความเชื่อมั่น และสร้างเกณฑ์ปกติ เครื่องมือที่พัฒนาเป็นแบบทดสอบ เลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 5 ฉบับ ฉบับละ 10 ข้อ ประกอบด้วย ฉบับที่ 1 วัดการผลิตข้อมูล ฉบับที่ 2 วัดการจัดกลุ่มข้อมูล ฉบับที่ 3 วัดการขยายความประเภทข้อมูล ฉบับที่ 4 วัดการสรุปปิด ฉบับที่ 5 วัดขั้นตอนการสร้างมโนทัศน์ทั้งสี่ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐานในจังหวัดสตูล จำนวน 490 คน โดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย ผลการศึกษาพบว่า ฉบับที่ 1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา มีค่า ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง มีค่าสหสัมพันธ์ตั้งแต่ 0.19 – 0.67 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทุกข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.72 คะแนน T ปกติ ฉบับที่ 2 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา มีค่า ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง มีค่าสหสัมพันธ์ตั้งแต่ 0.17 – 0.64 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทุกข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.71 คะแนน T ปกติ ฉบับที่ 3 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา มีค่า ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง มีค่าสหสัมพันธ์ตั้งแต่ 0.21 – 0.56 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทุกข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.71 คะแนน T ปกติ ฉบับที่ 4 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา มีค่า ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง มีค่าสหสัมพันธ์ตั้งแต่ 0.24 – 0.66 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทุกข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.72 คะแนน T ปกติ และ ฉบับที่ 5 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา มีค่า ตั้งแต่ 0.80 ถึง 1.00 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง มีค่า สหสัมพันธ์ตั้งแต่ 0.29 – 0.62 มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ทุกข้อ มีค่าความเชื่อมั่น 0.70 คะแนน T ปกติ

กุลนิดา วรรณันท์ (2552: 84 - 87) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ศึกษาโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย 2) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยกับกลุ่มปกติ 3) ศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย และ 4) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการอุปนัยกับกลุ่มปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2552 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จำนวน 63 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 31 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 32 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบทดสอบวัดความรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน แบบทดสอบวัดความรู้ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย และแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัย มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียน และ 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553: 66 - 69) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโมทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาโมทัศน์และ

เอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโพธิ์แก้วประชาสรรค์ จังหวัดร้อยเอ็ด ปีการศึกษา 2553 จำนวน 2 กลุ่ม เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 32 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แบบวัดมโนทัศน์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบค่าที (t-test) และวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการพัฒนา มโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์มีความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นพเรศวร์ ธรรมศรีบุญกุล (2553: 158 - 165) ทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และเพื่อประเมินประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์ก ก่อนและหลังการทดลอง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านโนนเวียง จังหวัดแพร่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ กระบวนการเรียนการสอนโดยประยุกต์รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเพื่อประเมินประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นคือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองเป็นเวลา 4 เดือน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการสอนแบบปกติ อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิริสัมพันธ์ ผลขวัญโชติกา (2554: 107 - 111) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 2 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีพุดผา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 45 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน $4E \times 2$ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องสรุปได้ว่าหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มุ่งเน้นให้ผู้เรียนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตาม ศักยภาพ เพื่อให้มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่พอเพียง สามารถนำความรู้ทักษะ/กระบวนการคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดียิ่งขึ้น สามารถนำไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ มุ่งเน้นให้นักเรียนฝึกฝนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้ปัญห การแก้ปัญหาจึงเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้เพื่อนำกระบวนการนี้ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การแก้ปัญหาเป็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์เดิมกับความรู้ ความเข้าใจและการดำเนินการ โดยใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ เพื่อวางแผนในการแก้ปัญหาและตรวจสอบความถูกต้องตลอดจนความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ นักเรียนควรได้รับการพัฒนาทั้งด้านความรู้และทักษะกระบวนการความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนนั้นเป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่มีไปใช้ในการแก้ปัญหาในเรื่องที่เรียนได้ มโนทัศน์เป็นความรู้ที่มี

ประโยชน์มาก ถ้านักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ได้แล้วย่อมสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ในโอกาสอื่น ๆ ได้ การให้ผู้เรียนได้พัฒนามโนทัศน์เป็นเรื่องสำคัญ เพราะความรู้ต่างๆ ในโลกนี้มีอยู่มากมาย ถ้าผู้สอนสอนแต่ข้อเท็จจริงโดยให้ข้อมูลต่าง ๆ แล้วให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียด จะทำให้เกิดความยุ่งยากในการเข้าใจและเป็นการเรียนที่ไม่มีที่สิ้นสุด แต่ถ้าเป็นการเรียนรู้ในลักษณะมโนทัศน์ จะทำให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับเบื้องต้นหรือมโนทัศน์นั้น ๆ ไปสู่ทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้